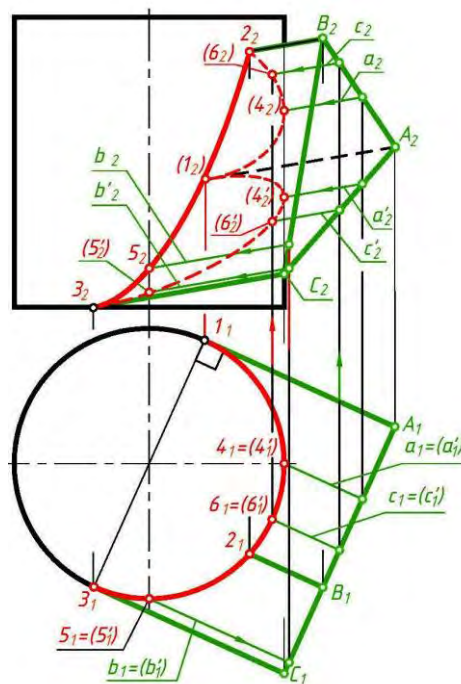


ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА

РОЗДІЛ
НАРИСНА
ГЕОМЕТРІЯ

Робочий зошит

Методичні вказівки призначені для виконання розрахунково-графічних робіт студентами I-го курсу денної форми навчання кафедри дизайну



Косів КПДМ – 2020

Інженерна графіка. Розділ «нарисна геометрія». Робочий зошит: Методичні вказівки призначені для виконання розрахунково-графічних робіт студентами I-го курсу денної форми навчання кафедри дизайну КПДМ. / Упор. В.І. Малиновський – Косів.: КПДМ, 2020. – 40 с. Укр. мовою.

Упорядник: В. І. Малиновський, к.т.н., професор кафедри дизайну КПДМ ЛНАМ

Рецензент: О.А. Богушко, кандидат технічних наук, професор кафедри графіки та нарисної геометрії Київського національного університету технологій та дизайну

Відповідальний за випуск завідувач кафедри Дизайну КПДМ: доцент Стеф'юк Н.А.

Затверджено на засіданні кафедри Дизайну.
Протокол № від 28.08.2020 р.



Вступ

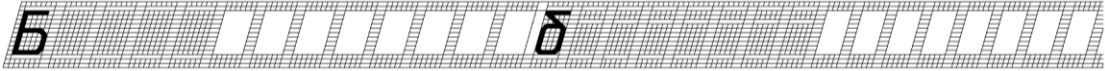
Основні теоретичні положення курсу нарисної геометрії розглядаються на лекціях. Після лекції студенти повторюють теоретичний матеріал за конспектом та підручником і розв'язують домашні задачі (позначені індексом „d”) цього зошита з певної теми. На практичних заняттях вони поглиблюють набуті знання розв'язуючи більш складні задачі. Завершується вивчення кожної теми виконанням індивідуальної графічної роботи.

В робочому зошиті позначено:

- точки простору – великими літерами латинської абетки, тобто A, B, C, D, E, F, \dots , або цифрами $1, 2, 3, \dots$;
- прямі і криві лінії простору – малими літерами латинської абетки, тобто a, b, c, d, e, \dots ;
- лінії рівня літерами: горизонталь – h , фронталь – f , профільна – p , сліди площин – такими самими літерами з індексом „o” (h^o, f^o, p^o);
- площини простору – великими літерами грецької абетки, тобто: $\Delta, \Lambda, \Theta, \Sigma, \Omega, \Xi, \Psi, \dots$.
- проєкції геометричних елементів на площинах проєкцій – з індексом площини, на яку спроєкційований геометричний елемент (A_I – проєкція точки A на Π_I).
- плоскі кути – грецькими малими літерами, тобто $\alpha, \beta, \gamma, \varphi, \dots$.
- прямі кути – таким чином: \perp або 90° ;
- шукані натуральні величини відрізків прямих, плоских фігур, кутів – подвійною лінією, або дугою.

Рекомендована література:

1. Михайленко В.Є., Ванін В.В., Ковальов С.М. Інженерна та комп'ютерна графіка: Підручник / За ред. В.Є. Михайленка. - 5-те вид. - К.: Каравела, 2010. - 360 с.
2. Михайленко В.Є., Ванін В.В., Ковальов С.М. Інженерна графіка / В. Є. Михайленко, В. В. Ванін, С. М. Ковальов. - 4-те вид. - К. : Каравела, 2008. - 272 с.
3. Михайленко В. Є., Ванін В. В., Ковальов С. М. Інженерна та комп'ютерна графіка. Підручник / За ред. В.Є. Михайленка. - К.: Каравела, 2003. – 344 с.
4. Верхола А.П., Коваленко Б.Д., Богданов В.М. та ін. Інженерна графіка: креслення, комп'ютерна графіка: Навч. посібн. / За ред. А.П. Верхоли. – К.: Каравела, 2005. – 304 с.
5. Михайленко В. Е., Пономарьов А. М., Инженерная графика. – К.: Вища школа, 1990. - 303 с.
6. Бубенников А. В., Громов М. Я. Начертательная геометрия. – М.: 1985.

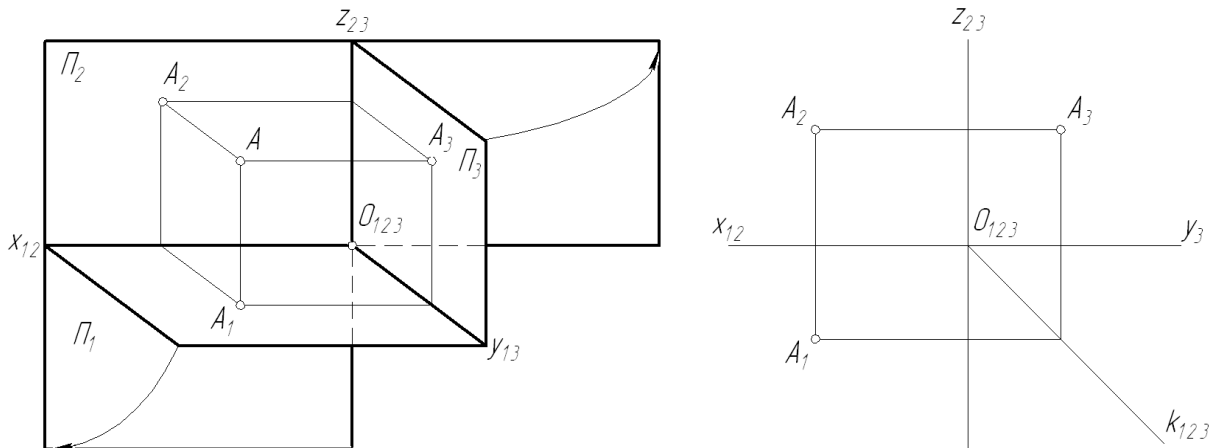


Модуль 1

Тема 1. Проекції точки.

Загальні положення.

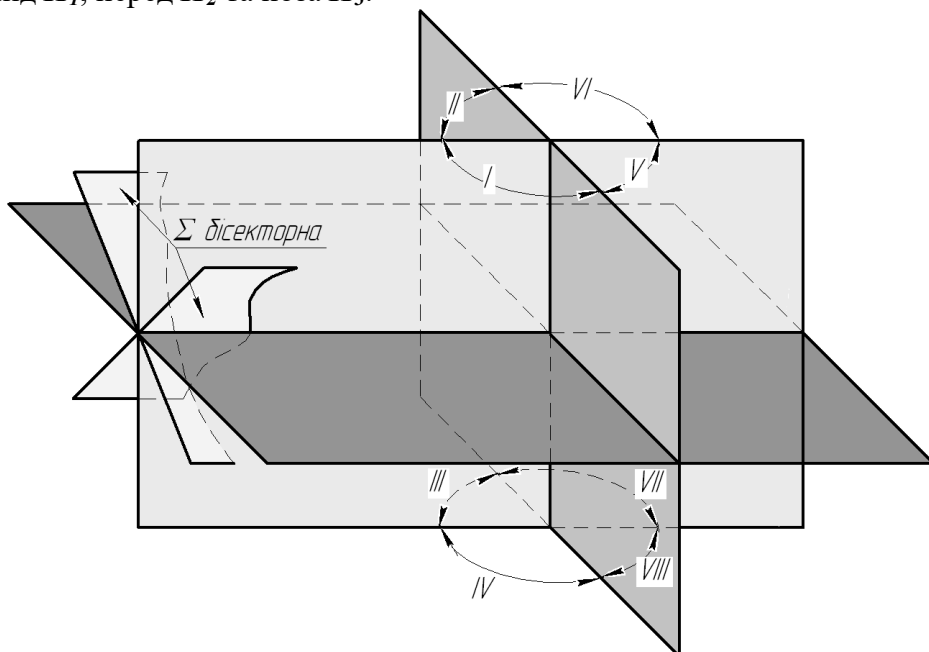
1. На комплексному рисунку горизонтальна і фронтальна проекції точки (A_1 і A_2) розміщуються на лінії зв'язку, яка перпендикулярна осі x_{12} , фронтальна і профільна проекції (A_2 і A_3) – на лінії зв'язку, яка перпендикулярна осі z_{23} , а горизонтальна і профільна проекції (A_1 і A_3) – на горизонтально-вертикальній лінії зв'язку.

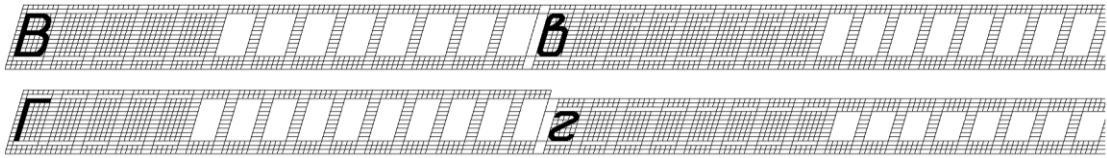


2. Відстань від фронтальної проекції точки до осі x_{12} (A_2A_{12}) відповідає відстані від точки A до площини Π_1 .

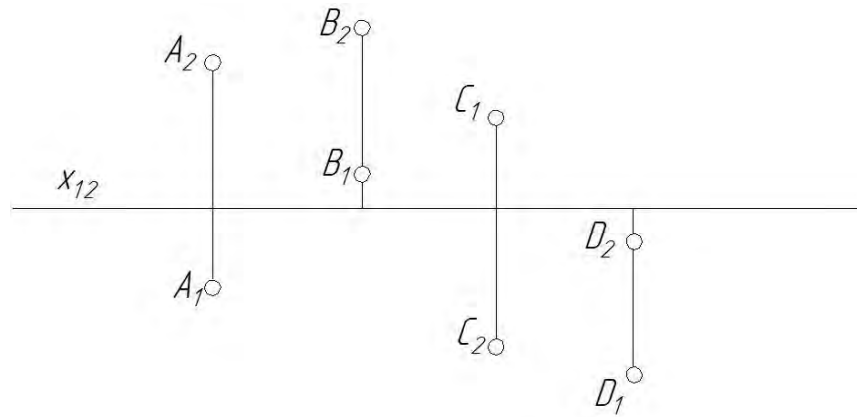
3. Відстань від горизонтальної проекції точки до осі x_{12} (A_1A_{12}) відповідає відстані від точки A до площини Π_2 .

4. Горизонтальна Π_1 і фронтальна Π_2 площини проєкцій поділяють простір на *квадранти*: I квадрант – над Π_1 і перед Π_2 ; II квадрант – над Π_1 і поза Π_2 ; III квадрант – під Π_1 і поза Π_2 ; IV квадрант – під Π_1 і перед Π_2 . Відповідно горизонтальна Π_1 , фронтальна Π_2 та профільна Π_3 площини проєкцій поділяють простір на *октанти*: V октант – над Π_1 і перед Π_2 та за Π_3 ; VI октант – над Π_1 , поза Π_2 та поза Π_3 ; VII октант – під Π_1 , поза Π_2 і поза Π_3 ; VIII октант – під Π_1 , перед Π_2 та поза Π_3 .

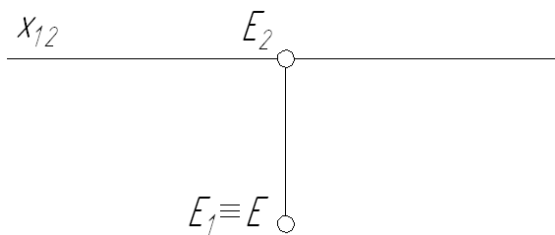




5. На комплексному кресленні проєкції точок, що містяться в певних квадрантах, розміщуються відносно осі x_{12} так: точка в I квадранті – горизонтальна нижче, а фронтальна вище від осі (A_1, A_2); точка в II квадранті – обидві проєкції вище від осі (B_1, B_2); точка в III квадранті – горизонтальна вище, а фронтальна нижче від осі (C_1, C_2); точка в IV квадранті – обидві проєкції нижче від осі (D_1, D_2).



6. Якщо точка простору належить площині проєкцій, то її проєкція на цій площині збігається з самою точкою ($E_1 \equiv E$), а проєкція на другу площину (E_2) – на осі проєкцій.



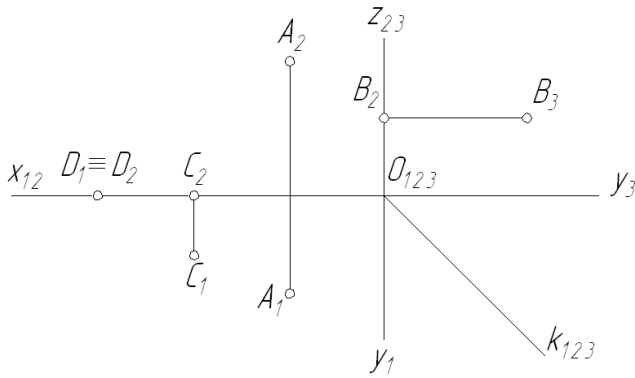
Задачі:

10. На наведеному тут просторовому рисунку позначити проєкції заданих точок. Їх координати заміряти і записати в таблицю. На комплексному рисунку побудувати їх горизонтальні і фронтальні проєкції.

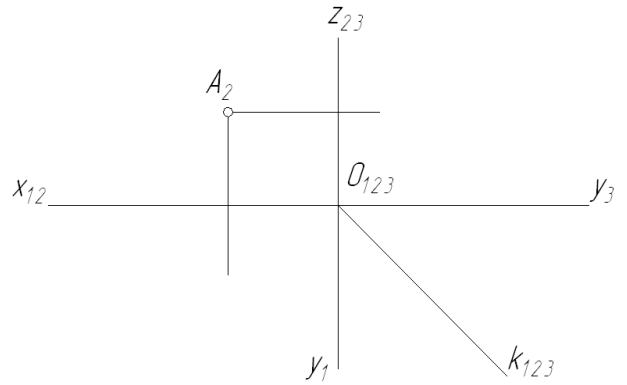
| | x | y | z |
|---|---|---|---|
| A | | | |
| B | | | |
| C | | | |
| D | | | |
| E | | | |
| F | | | |



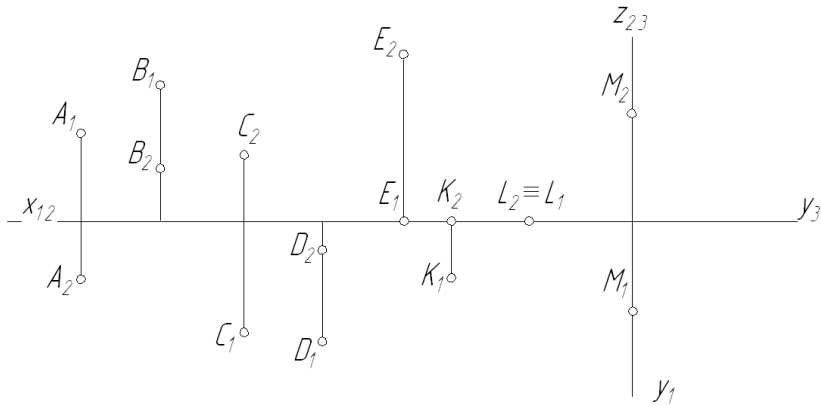
2д. Побудувати всі три проєкції точок A, B, C і D .



3д. За проєкцією A_2 побудувати проєкції A_1 і A_3 так, щоб $Z_A = 2Y_A$.

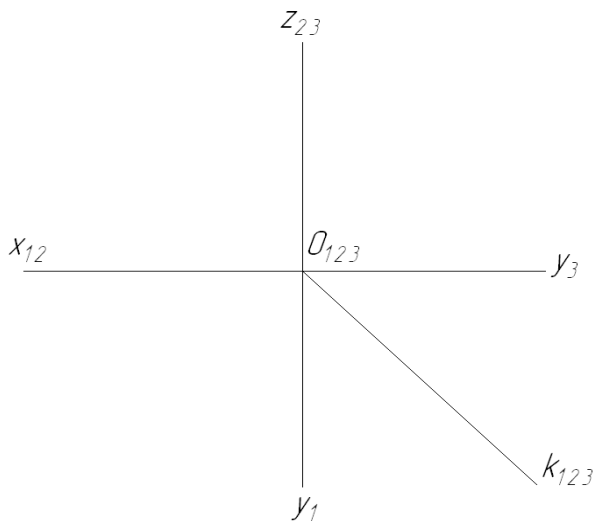


4. Визначити і записати квадранти (октанти) або площини проєкцій, в яких розміщені точки A, B, C, D, E, K, L, M .

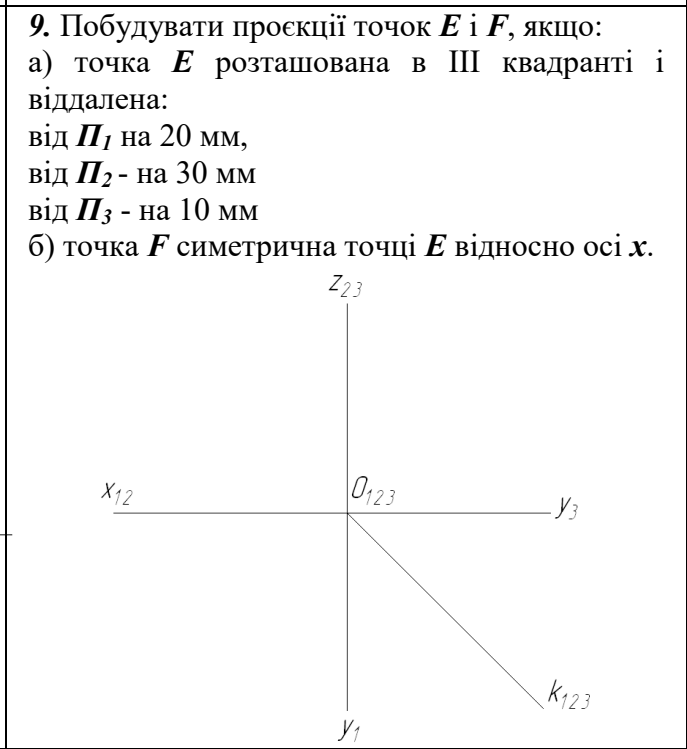
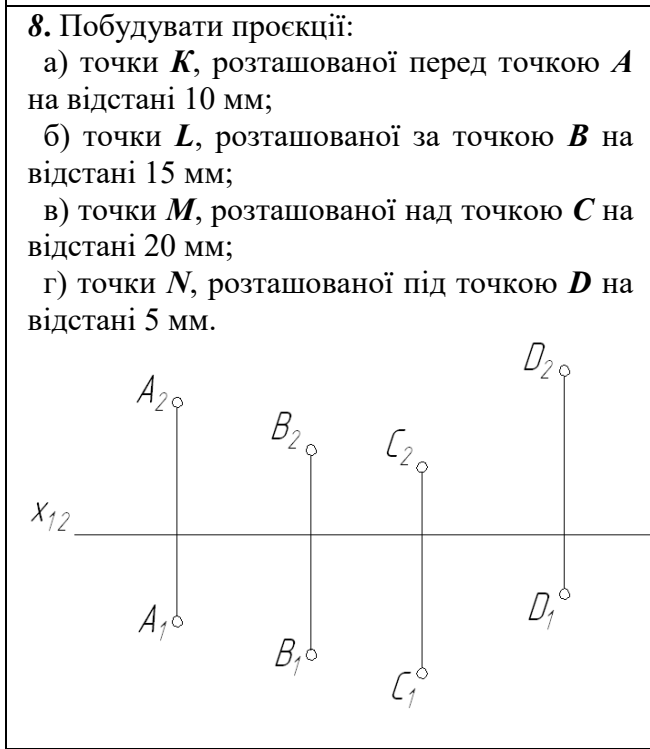
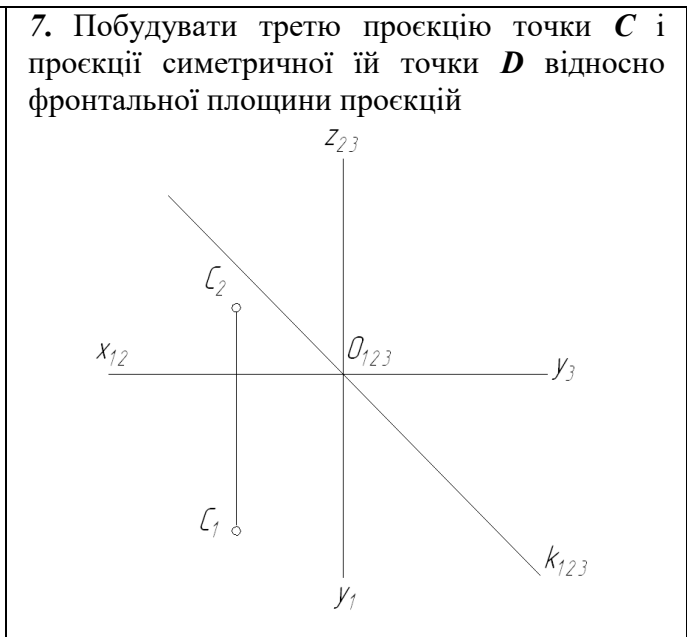
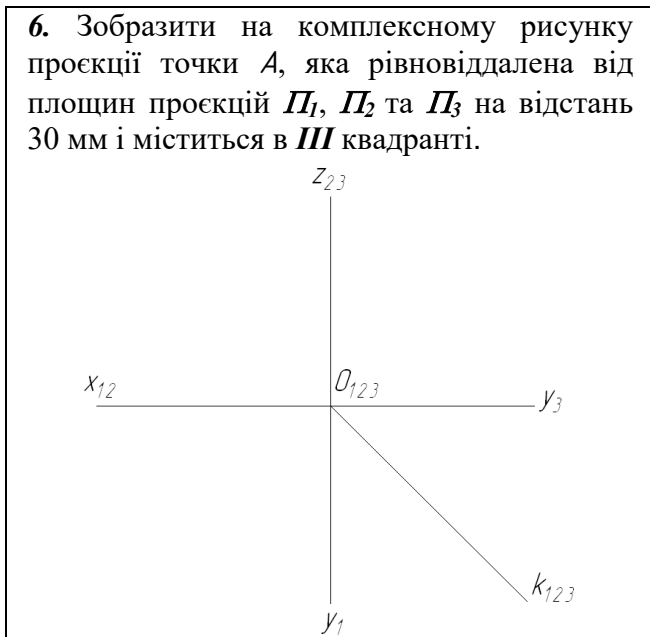


| Тч | КВ |
|----|----|
| A | |
| B | |
| C | |
| D | |
| E | |
| K | |
| L | |
| M | |

5. Побудувати проєкції точок за їх координатами та записати, в яких квадрантах вони розміщені.



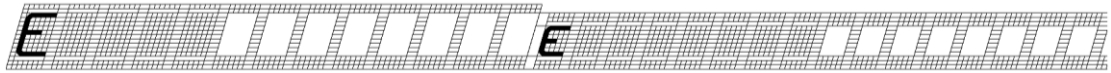
| | x | y | z | квадрант |
|---|-----|-----|-----|----------|
| A | 30 | -25 | 10 | |
| B | -15 | 20 | 30 | |
| C | 25 | -25 | -15 | |



Тема 2. Проєкції прямої

Загальні положення.

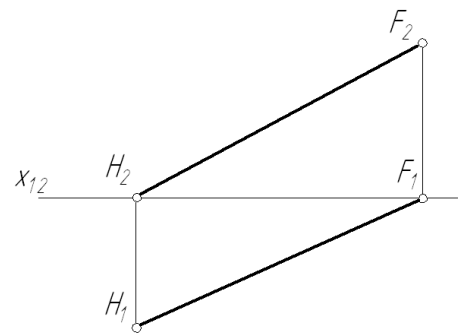
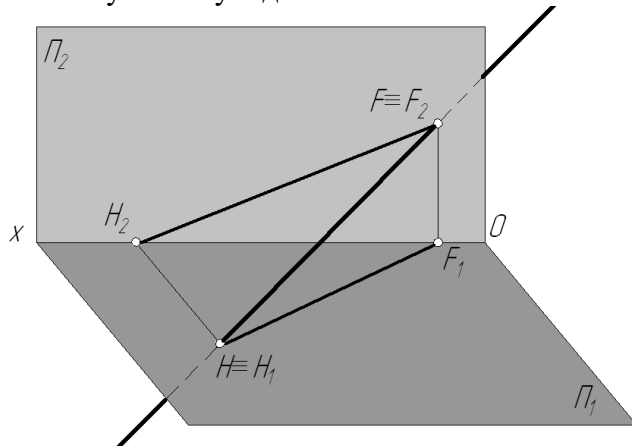
1. Пряма, яка довільно нахилена до всіх площин проєкцій, називається прямою загального положення.
2. Прямі, паралельні площинам проєкцій, називаються лініями рівня. Пряма, паралельна Π_1 , називається горизонтальною прямою, пряма, паралельна Π_2 – фронтальною, паралельна Π_3 – профільною прямою.
3. Лінія рівня проєкціюється в натуральну величину на ту площину проєкцій, якій вона паралельна.



4. Прямі, перпендикулярні до площин проєкцій, називаються проєкціюючими. Пряма, перпендикулярна до Π_1 – горизонтально-проєкціююча; до Π_2 – фронтально-проєкціююча; до Π_3 – профільно-проєкціююча. Ці прямі проєкціюються в точки на ті площини проєкцій, до яких вони перпендикулярні, а на дві інші - натуральними величинами.

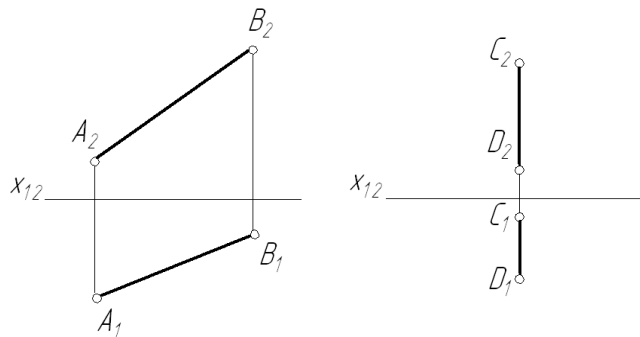
5. Точки перетину прямої з площинами проєкцій називаються слідами прямої, відповідно: з Π_1 – горизонтальним слідом, з Π_2 – фронтальним слідом, з Π_3 – профільним слідом. Одна проєкція сліду збігається із самим слідом, а друга – належить осі проєкцій.

6. Якщо точка належить прямій, то її проєкції належать однойменним проєкціям прямої. Точка поділяє відрізок у певному відношенні. Проєкції цієї точки поділяють проєкції відрізка в такому самому відношенні.

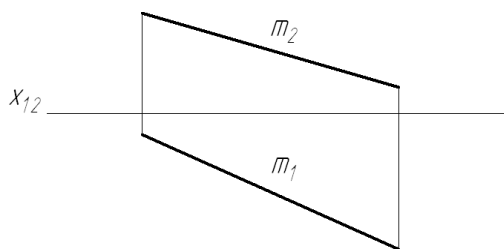


Задачі:

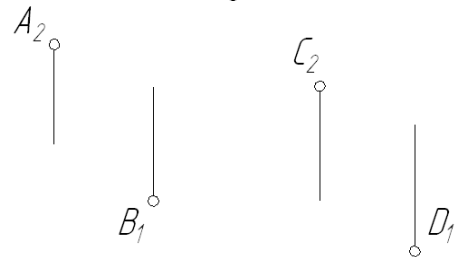
1д. Визначити натуральну величину відрізка AB та кути нахилу до площин проєкцій Π_1 і Π_2 .

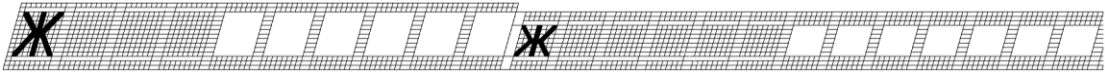


2д. Побудувати проєкції слів прямої m . Виділити видиму і невидиму частину прямої, вказати квадранти, через які проходить пряма.

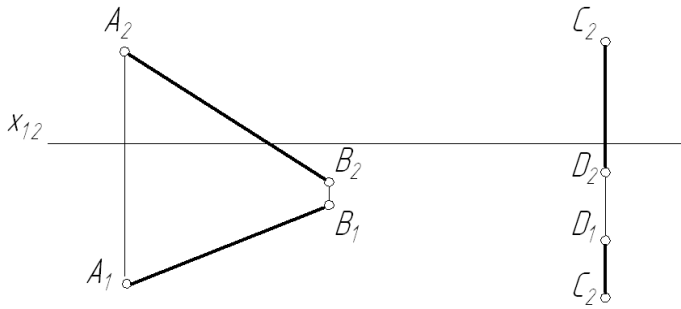


3д. Побудувати фронтальні і горизонтальні проєкції точок A, B, C і D , якщо відомо, що всі точки належать одній прямій.

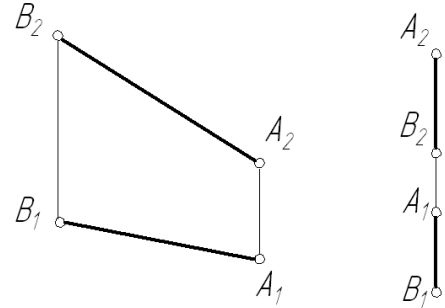




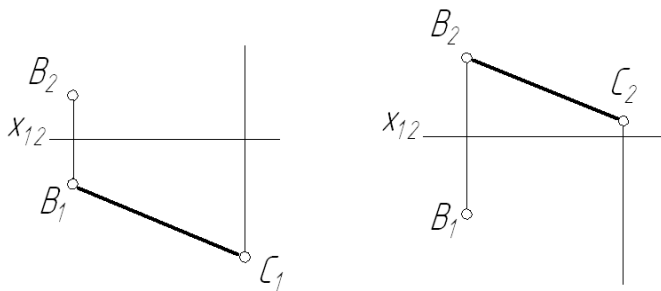
4. Визначити натуральну величину відрізка AB та кути нахилу його до площин проєкцій Π_1 і Π_2 .



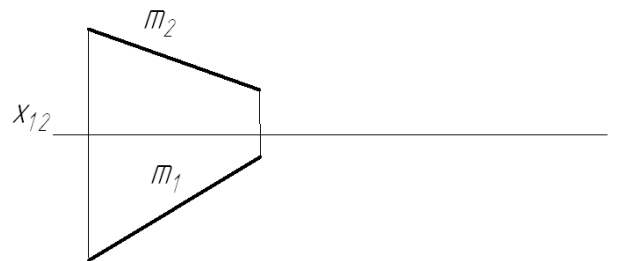
5. Відрізок AB поділити точкою C у відношенні 2:3. Через точку C провести профільно-проєкціюючу пряму n .



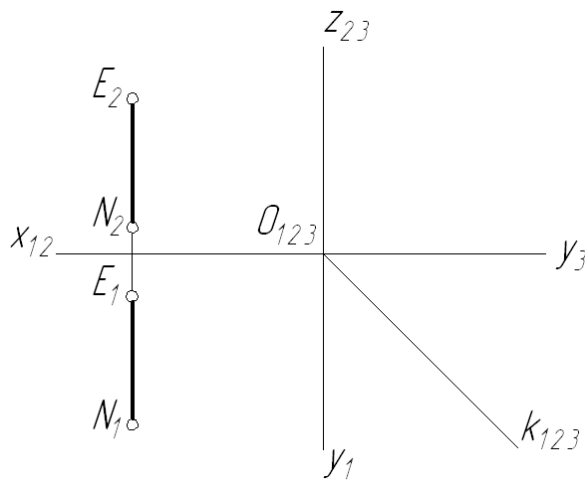
6. Побудувати другу проєкцію відрізка BC , якщо його натуральна величина дорівнює 35 мм.



7. Побудувати сліди прямої m , визначити видимість і вказати квадранти, в яких розташована пряма.



8. Побудувати сліди профільного відрізка прямої EN .

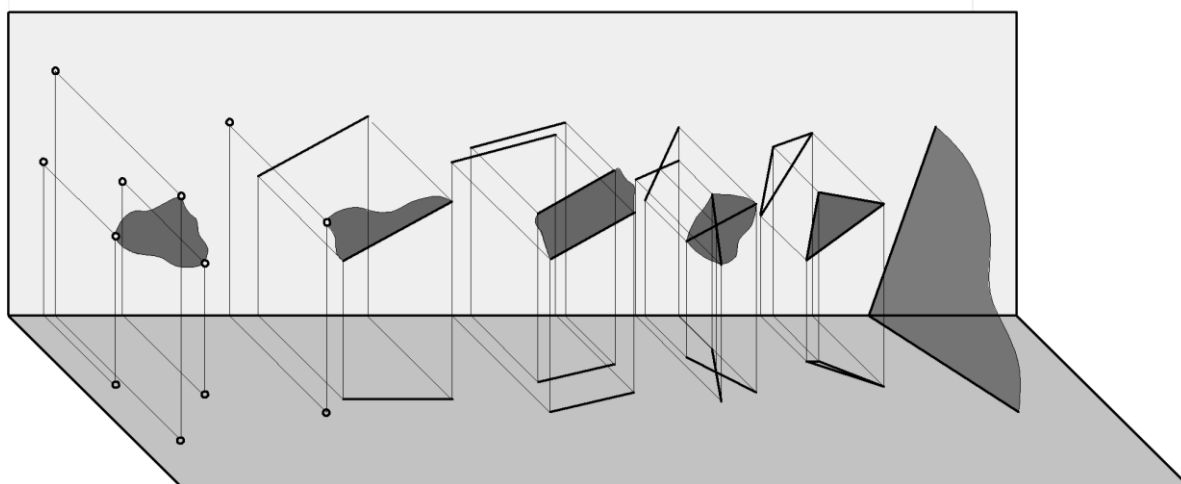


Тема 3. Проекції площини

Загальні положення.

1. Площина може бути задана:

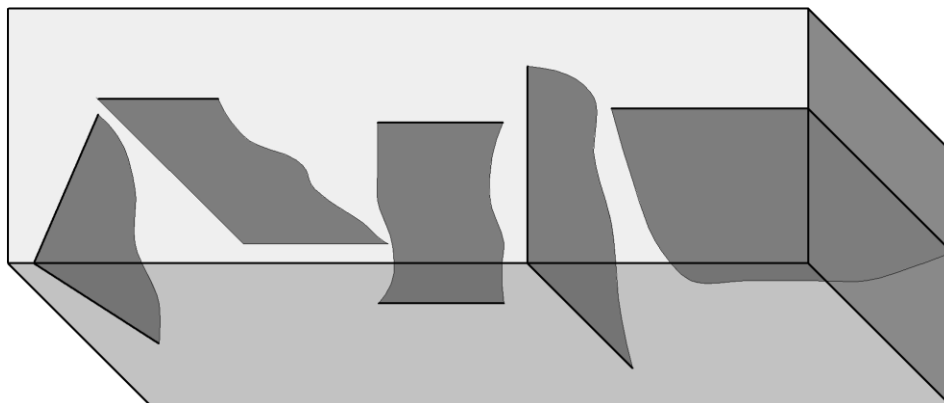
- трьома точками, які не належать одній прямій;
- прямою і точкою, яка не належить цій прямій;
- двома прямими, що перетинаються;
- двома паралельними прямими;
- плоскою геометричною фігурою (трикутником, колом);
- слідами площини (лініями перетину площини з площинами проєкцій).



2. Проекцію площини задають проєкціями її геометричних елементів.

3. Розрізняють:

- площини рівня — паралельні одній з площин проєкцій (горизонтальні, фронтальні і профільні);
- площини проєкціюючі — перпендикулярні до однієї з площин проєкцій (горизонтально-проєкціюючі, фронтально-проєкціюючі, профільно-проєкціюючі);
- площини загального положення — не паралельні і не перпендикулярні до площин проєкцій, тобто довільно нахилені.



4. Площину, яка проходить через вісь проєкцій, називають осьовою. Якщо вона нахилена до площин проєкцій під кутом 45° , то її називають бісекторною.

5. Пряма належить площині, якщо дві її точки належать площині.

6. Точка на будь-якій прямій площини належить цій площині.

7. Лініями рівня називають прямі, що належать площині і паралельні одній з площин проєкцій: горизонталь h , фронталь f і профільна p .

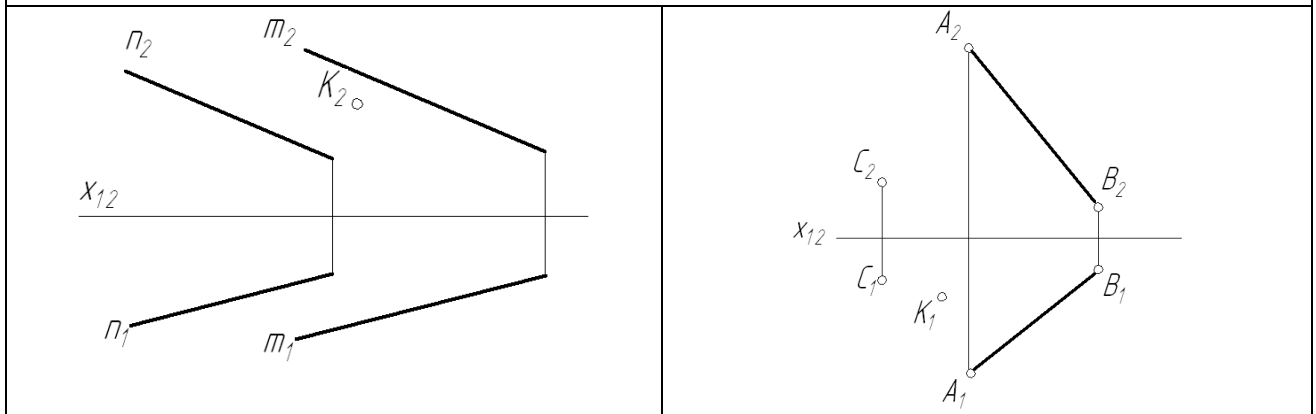
8. Лінії найбільшого нахилу площин до площин проєкцій — лінії, що належать площині і перпендикулярні до ліній рівня.

9. Сліди площин — нульові лінії рівня ($h^0; f^0; p^0$).

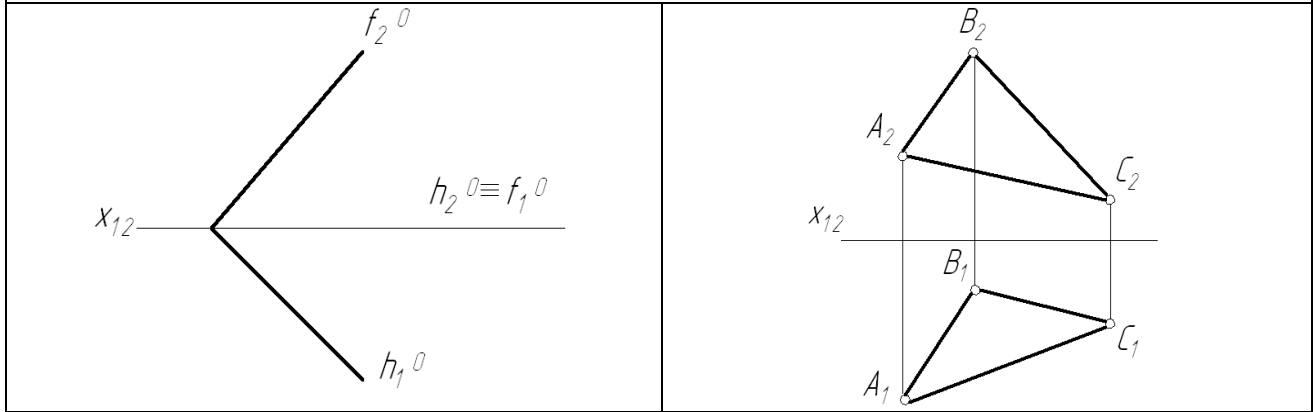


Задачі:

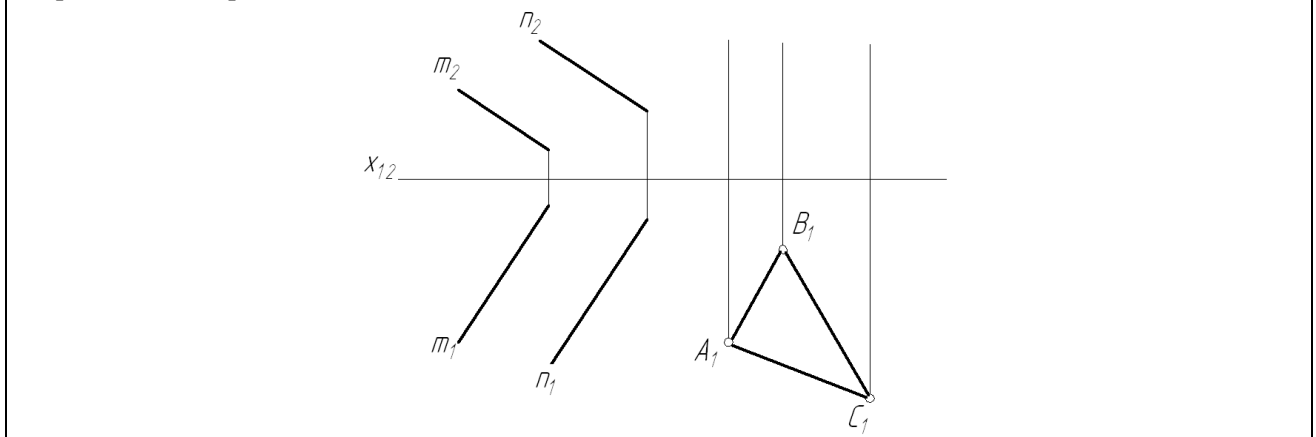
1д. Побудувати другу проєкцію точки K , яка належить заданій площині.



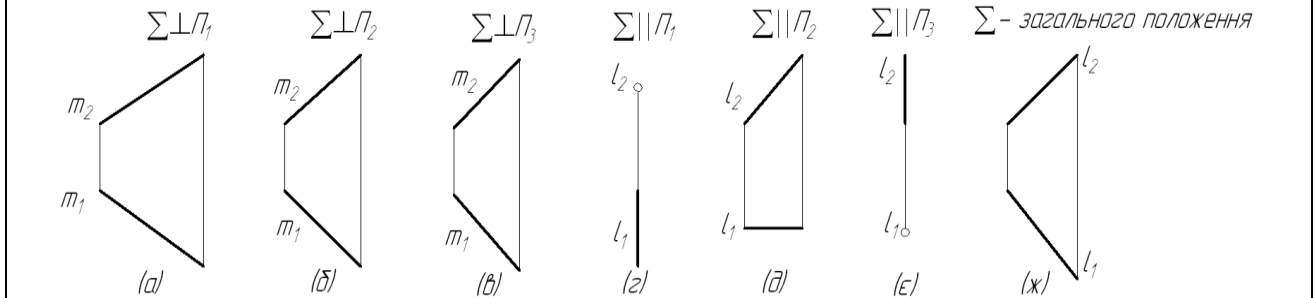
2д. Провести у заданих площинах горизонталь h на відстані 15 мм від Π_1 і фронталь f на відстані 20 мм від Π_2 .

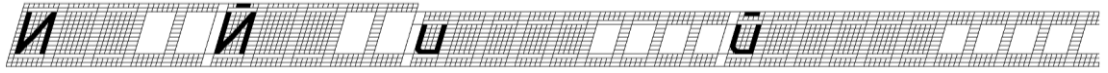


3. Побудувати фронтальну проєкцію трикутника ABC , що належить площині, яку задано паралельними прямими m і n .

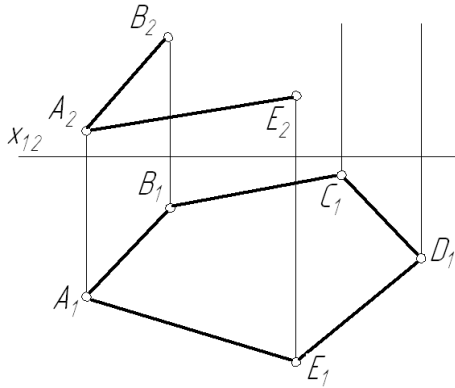


4. Позначити проєкції площини Σ , яка проходить через задану пряму.

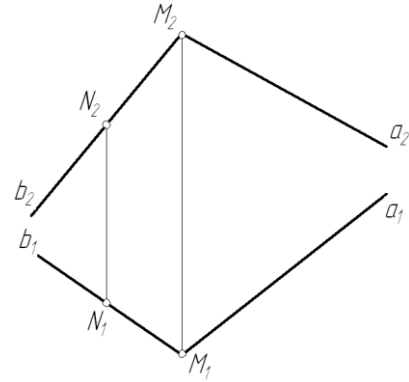




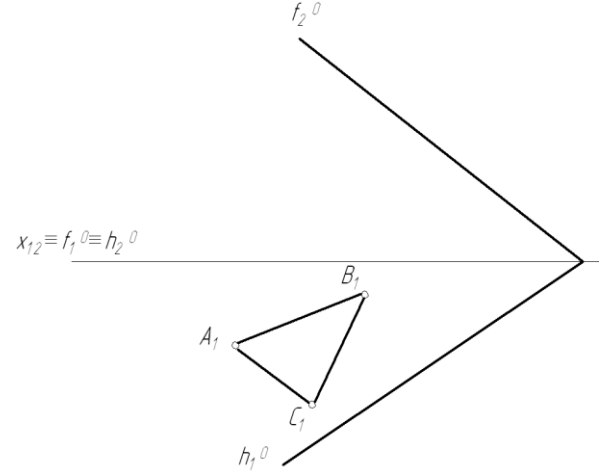
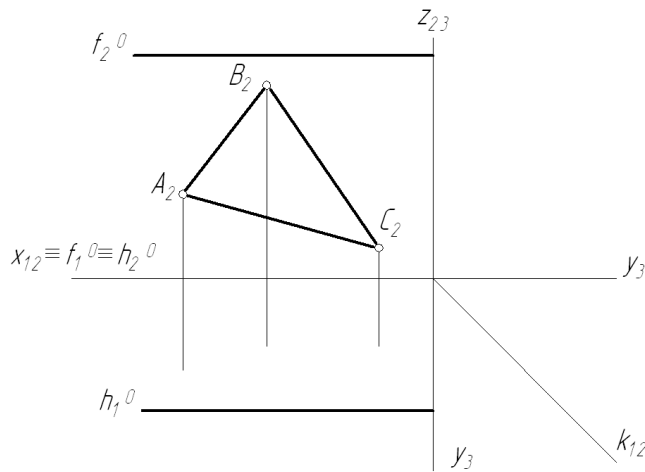
5. Добудувати фронтальну проєкцію плоского п'ятикутника.



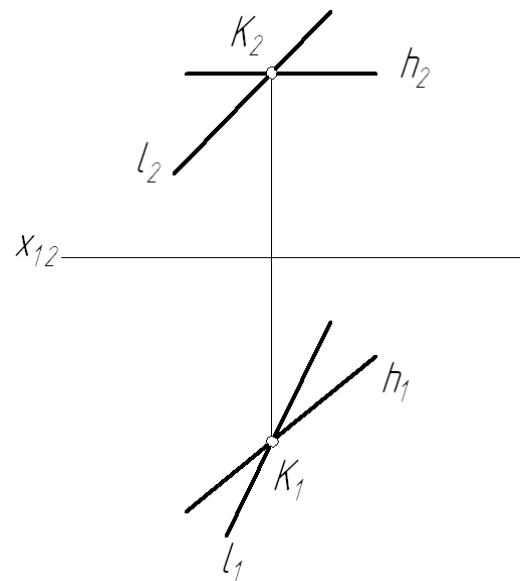
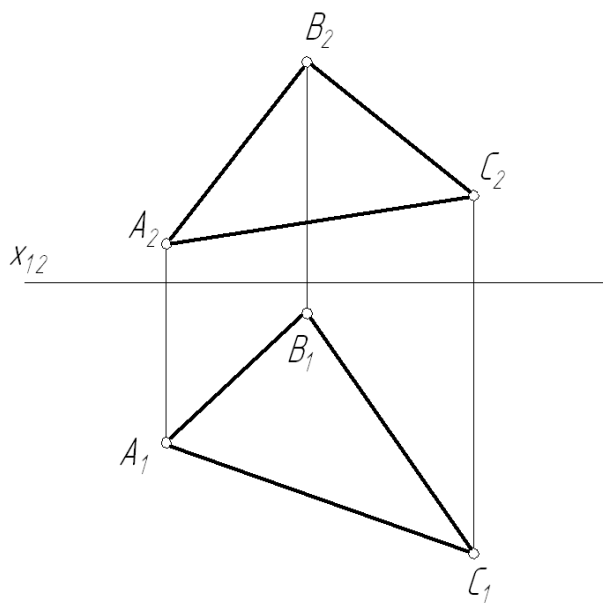
6. Через точку M площини $(a \cap b)$ провести фронталь a через точку N — лінію найбільшого нахилу до Π_2 .

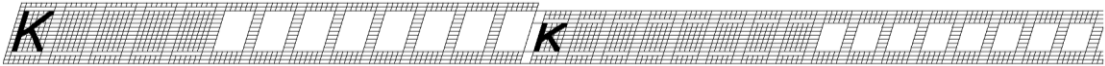


7. Побудувати другу проєкцію трикутника ABC , який належить площині, що задана слідами.



8. Побудувати сліди площин



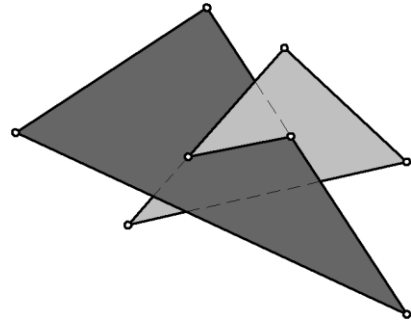
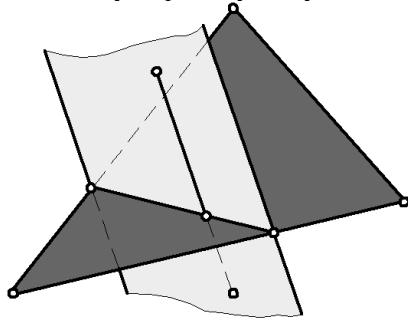


Тема 4. Перетин прямих і площин

Загальні положення.

1. Алгоритм розв'язання задачі на визначення точки перетину прямої з площиною складається з трьох операцій:

- через задану пряму провести допоміжну проєкціюючу площину;
- побудувати лінію взаємного перетину цієї допоміжної площини з заданою;
- визначити точку перетину побудованої лінії з заданою.



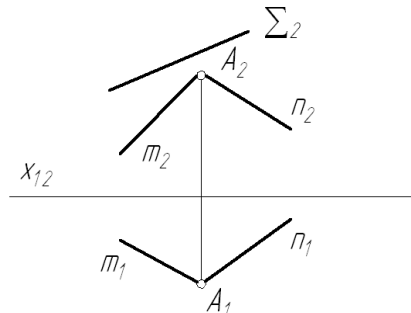
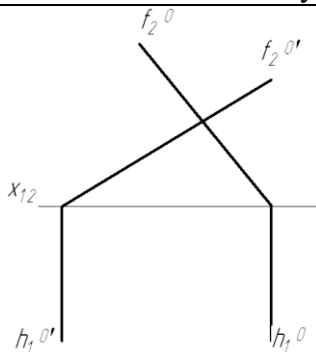
Якщо пряма або площина проєкціюючі, точки перетину визначають безпосередньо на рисунку.

2. Лінію перетину двох площин визначають побудовою точок перетину двох прямих однієї площини з другою або з використанням допоміжних січних площин-посередників (проєкціюючих або рівня).

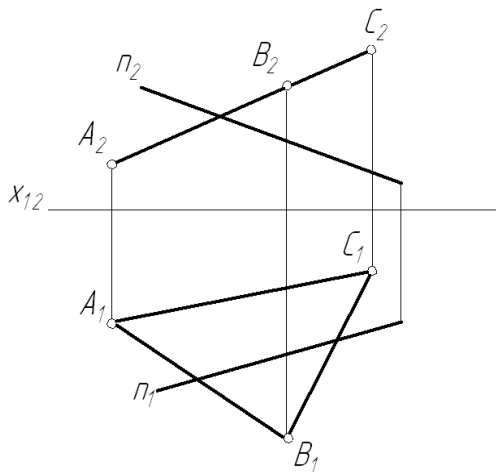
3. Якщо задані площини визначені слідами, то точки перетину однойменних слідів визначають їхню лінію перетину.

Задачі:

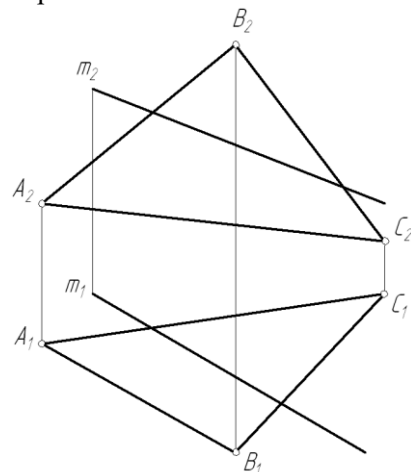
1д. Побудувати лінію перетину двох площин.

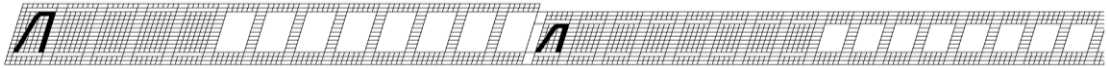


2д. Визначити точку перетину прямої n з проєкціюючою площиною

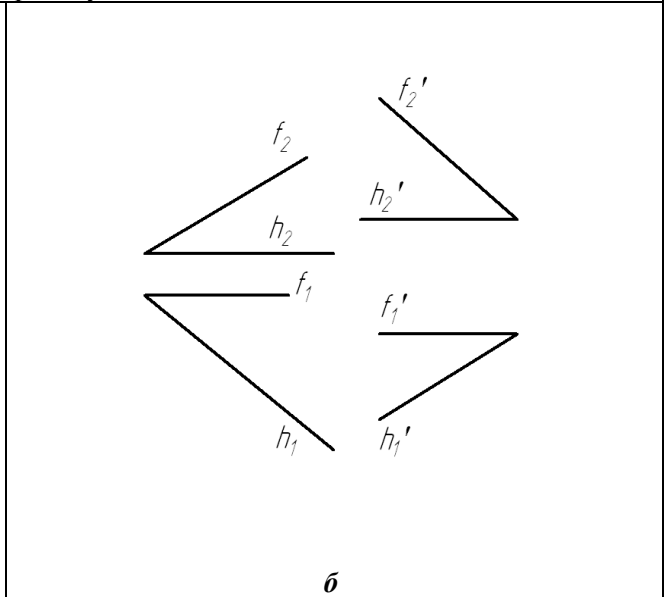
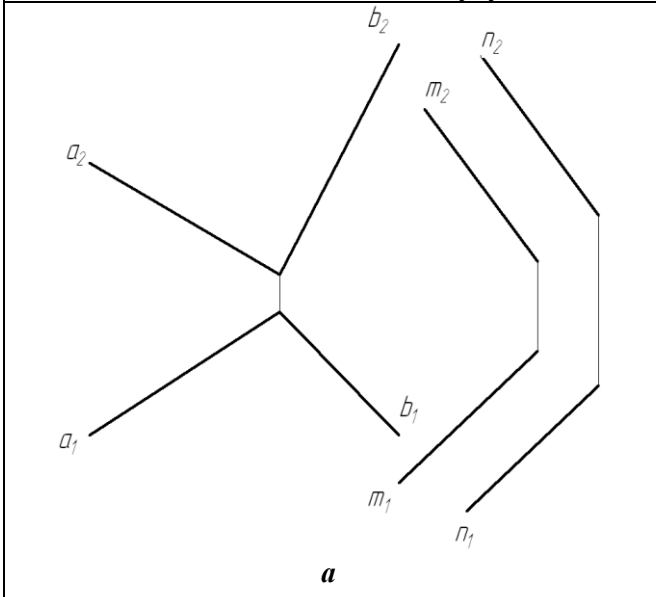


3д. Побудувати точку перетину прямої m з заданою площиною. Визначити видимість проєкцій прямої.

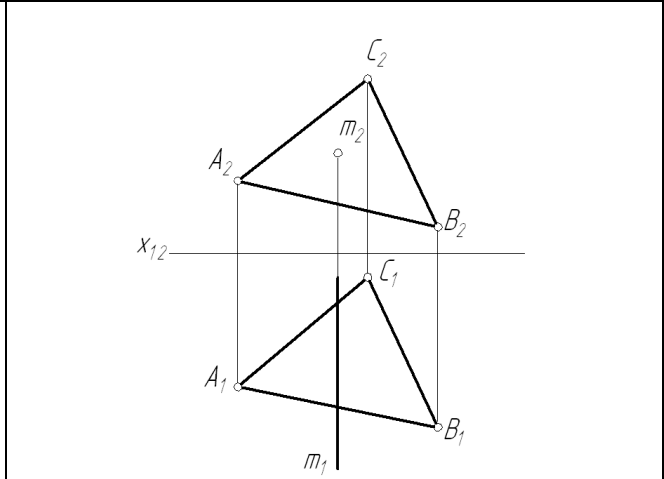
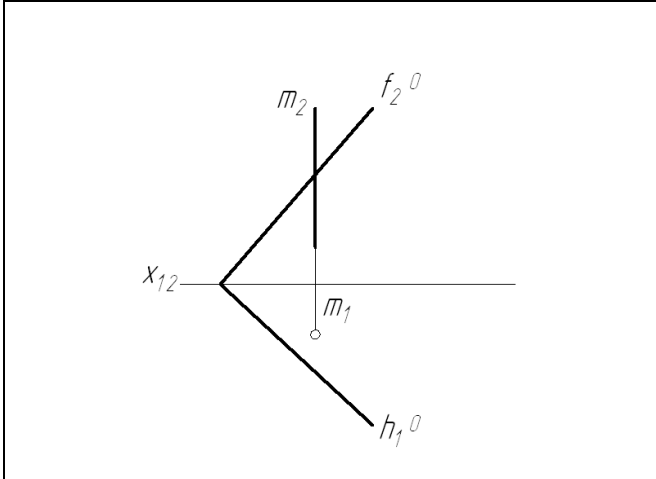




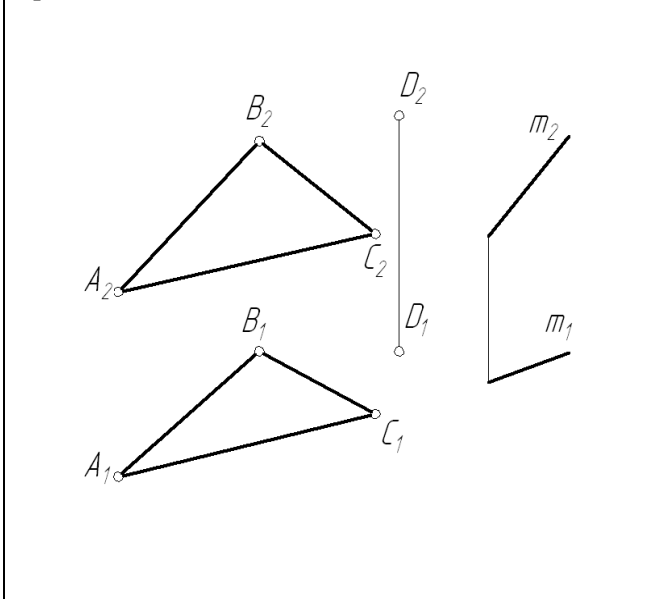
4. Побудувати лінію перетину двох площин.



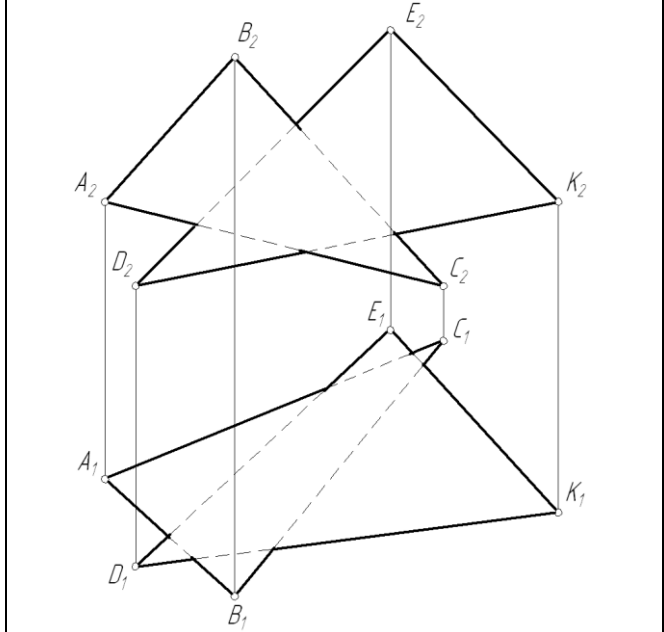
5. Побудувати точку перетину прямої m з площиною загального положення.



8. Знайти точку перетину прямої з площиною ABC , що проходить через точку D і паралельна прямій m .



7. Побудувати лінію перетину двох трикутників. Визначити видимість.

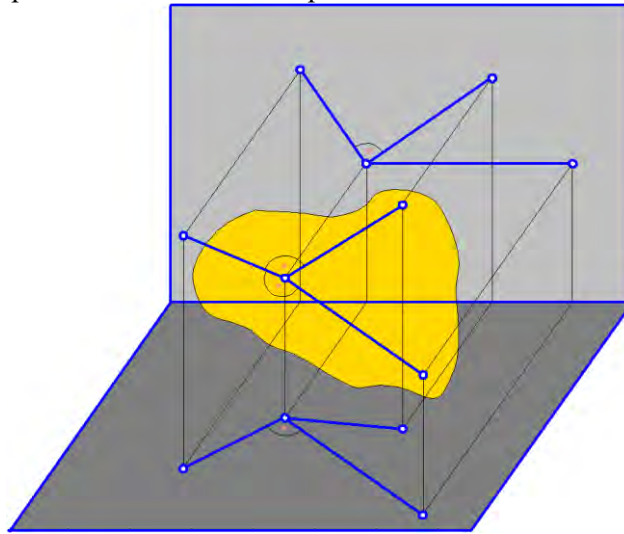




Тема 5. Паралельність і перпендикулярність прямих і площин

Загальні положення

1. Ознакою паралельності прямої і площини є паралельність проєкцій цієї прямої відповідним проєкціям деякої прямої, що належить площині.
2. Якщо пряма паралельна площині особливого положення, то відповідна проєкція прямої паралельна сліду (проєкціюючій проєкції) площини.
3. Якщо проєкції двох прямих, що перетинаються, однієї площини відповідно паралельні проєкціям двох прямих другої площини, то ці площини паралельні.
4. Однойменні сліди паралельних площин паралельні.
5. Прямий кут між двома прямими проєктується на площину проєкцій без спотворення, якщо хоча б одна з його сторін паралельна цій площині проєкцій.



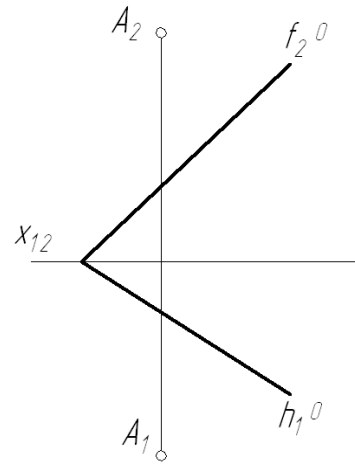
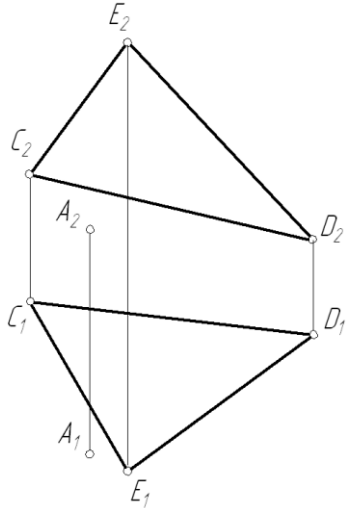
6. Пряма перпендикулярна до площині, якщо вона перпендикулярна двом прямим цієї площини. Горизонтальна проєкція перпендикуляра до площини перпендикулярна горизонтальній проєкції горизонталі, а фронтальна проєкція – фронтальній проєкції фронталі.
7. Проєкції перпендикуляра до площини перпендикулярні до однойменних її слідів.

Задачі:

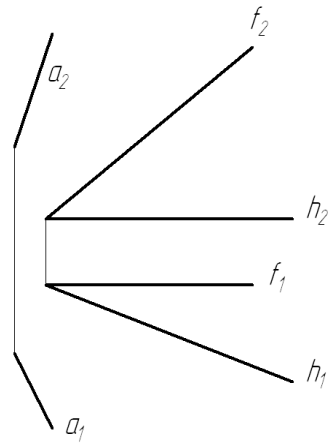
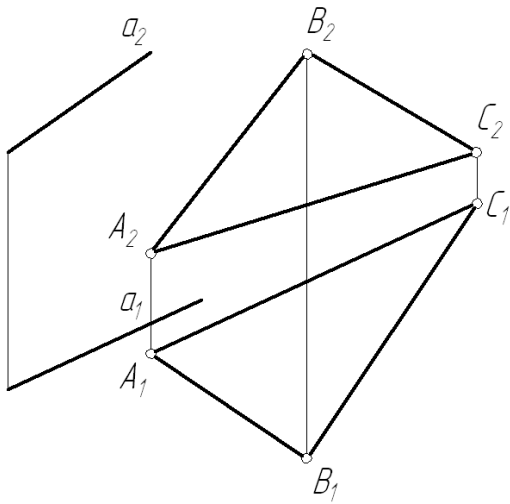
| | |
|---|--|
| 10. Побудувати прямі паралельні заданій площині: через точку A паралельно Π_1 , а через точку B паралельно Π_2 . | |
| | |



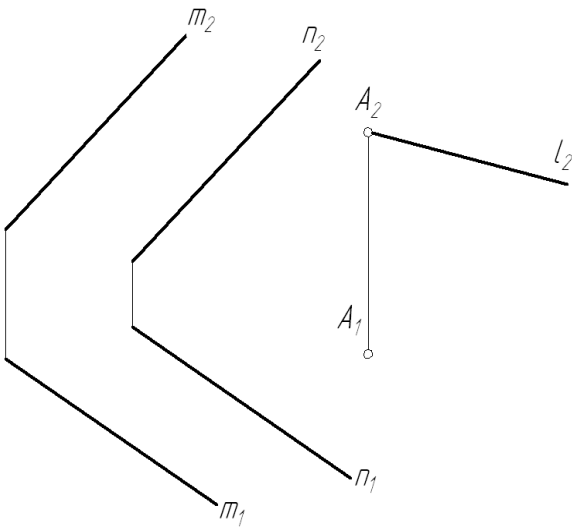
2д. Побудувати з точки A пряму b перпендикулярну до заданої площини.



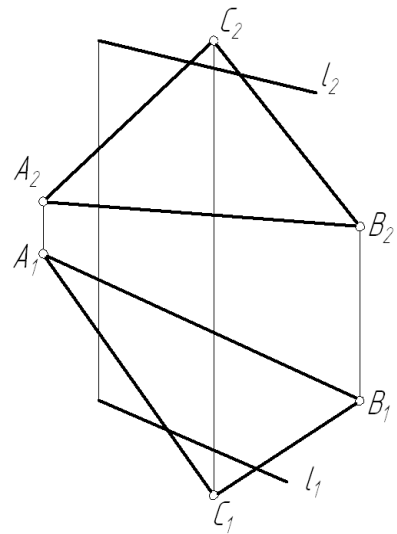
3д. Побудувати через пряму a площину, яка перпендикулярна до заданої.



4. Побудувати горизонтальну проєкцію прямої l , що проходить через точку A , паралельно площині $\Sigma(m \parallel n)$.



5. Провести через пряму l площину перпендикулярну до заданої площини





| | |
|--|---|
| <p>6. Визначити дійсну відстань: а) від точки A до площини $\Sigma(h^0 \cap f^0)$; б) від точки B до прямої m.</p> | |
| <p style="text-align: center;">а</p> | <p style="text-align: center;">б</p> |
| <p>7. Побудувати проєкції квадрата $ABCD$ за даною його стороною AB та напрямком a_2.</p> | <p>8. На прямій AB знайти точку, рівновіддалену від двох точок C і D прямої CD.</p> |

Тема 6. Перетворення комплексного рисунка

Загальні положення

1. Побудова нових проєкцій за заданими проєкціями об'єкта (об'єктів) з метою переведення його (їх) із загального положення відносно площин проєкцій у особливе положення, називається перетворенням комплексного рисунка.

2. Принципи перетворення:

- а) зміною взаємного положення об'єкта проєкціювання і площин проєкцій;
- б) зміною напрямку проєкціювання.

Перший принцип можна реалізувати перетворенням заданої системи площин проєкцій шляхом заміни її новою системою:

$$\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow \frac{\Pi_2}{\Pi_5} \rightarrow \frac{\Pi_4}{\Pi_5}, \quad \text{або} \quad \frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow \frac{\Pi_4}{\Pi_1} \rightarrow \frac{\Pi_4}{\Pi_5}$$



а також переміщенням об'єкта у просторі відносно сталих площин проєкцій так, щоб заданий об'єкт опинився в доцільному особливому положенні.

Другий принцип реалізується шляхом побудови додаткових проєкцій об'єкта, які утворюються через зміну напрямку проєкціювання, на заданих площинах проєкцій або на спеціальних нових.

3. Розв'язання позиційних і метричних задач зводиться до чотирьох основних перетворень:

а) зробити пряму l (l_1, l_2) загального положення у новій системі площин проєкцій лінією рівня l' (на комплексному рисунку вісь нової системи площин проєкцій буде паралельна відповідній проєкції прямої);

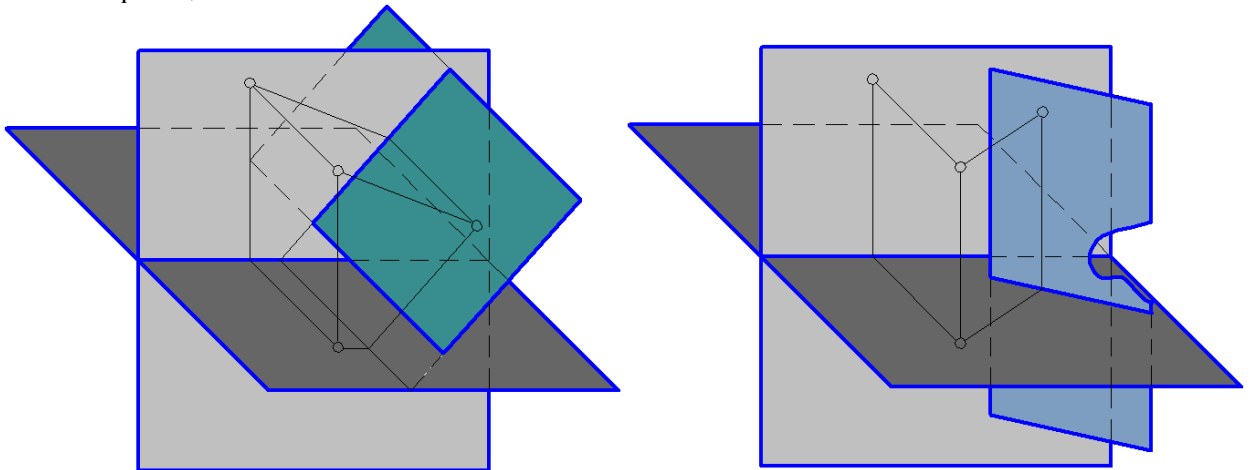
б) зробити пряму рівня у новій системі площин проєкцій проєкціуючою прямою l'' (на комплексному рисунку вісь нової системи площин проєкцій буде перпендикулярна до відповідної проєкції лінії рівня заданої площини);

в) зробити площину Σ загального положення у новій системі площин проєкцій проєкціуючою площиною Σ' (нова площина проєкцій має бути перпендикулярна до лінії рівня заданої площини);

г) зробити проєкціуючу площину Σ' у новій системі площин проєкцій проєкціуючою площиною рівня Σ'' (вісь нової системи площин проєкцій паралельна проєкції заданої площини).

Заміна площин проєкцій

1. Якщо відбувається заміна якоїсь однієї площини проєкцій на нову, відстань від нової осі проєкцій до нової проєкції точки завжди дорівнює відстані від замінюваної осі проєкцій до замінюваної проєкції точки.

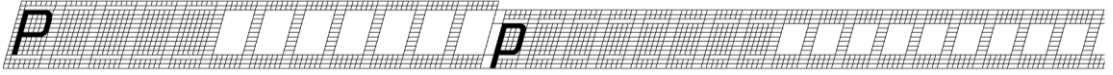


2. Якщо для розв'язання задачі потрібна друга заміна (попередня), відстань від нової осі проєкцій до нової проєкції точки також дорівнює відстані від попередньої (проміжної) осі проєкцій до замінюваної проєкції точки.

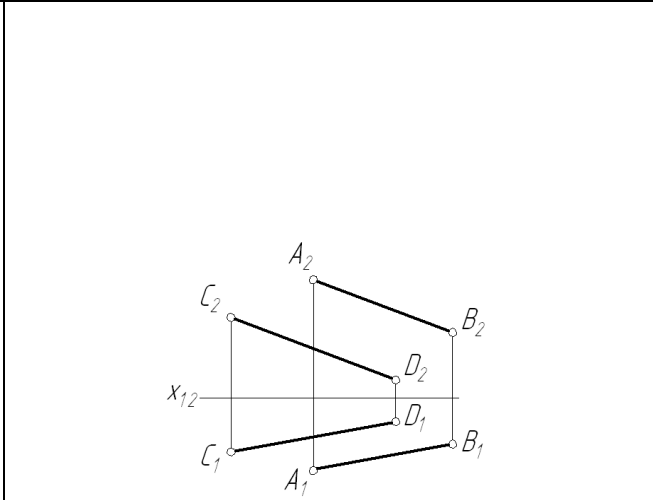
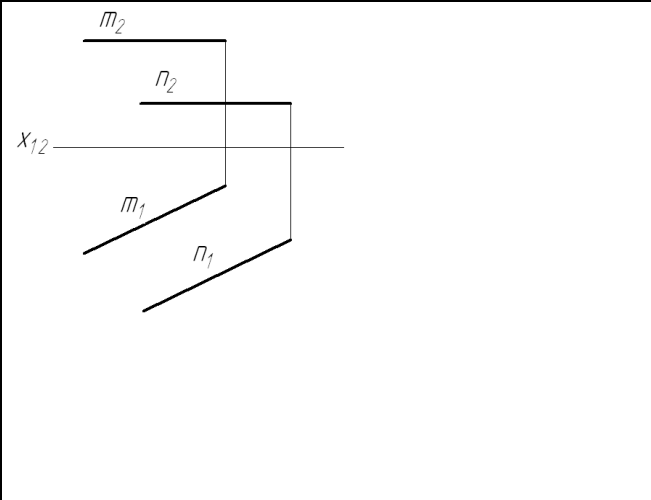
Задачі:

10. Визначити дійсну величину відрізка AB та кути його нахилу до площин проєкцій.

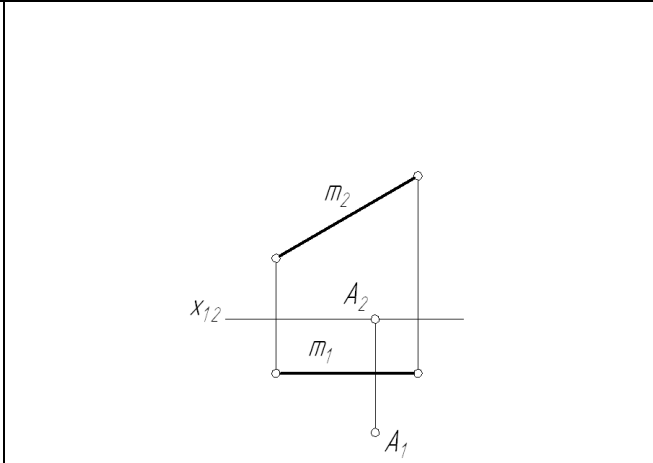
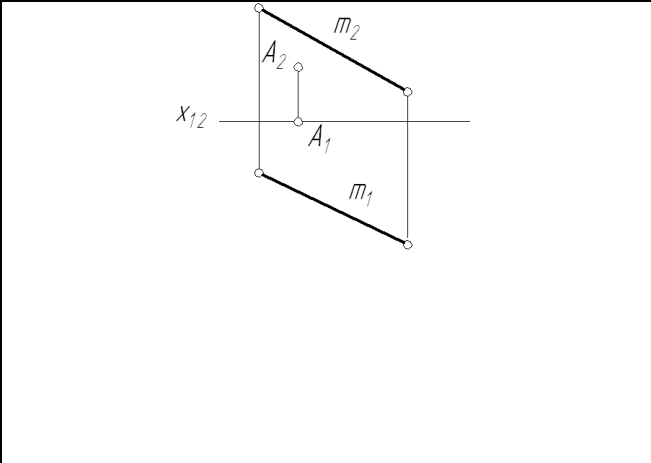
| | |
|--|--|
| | |
|--|--|



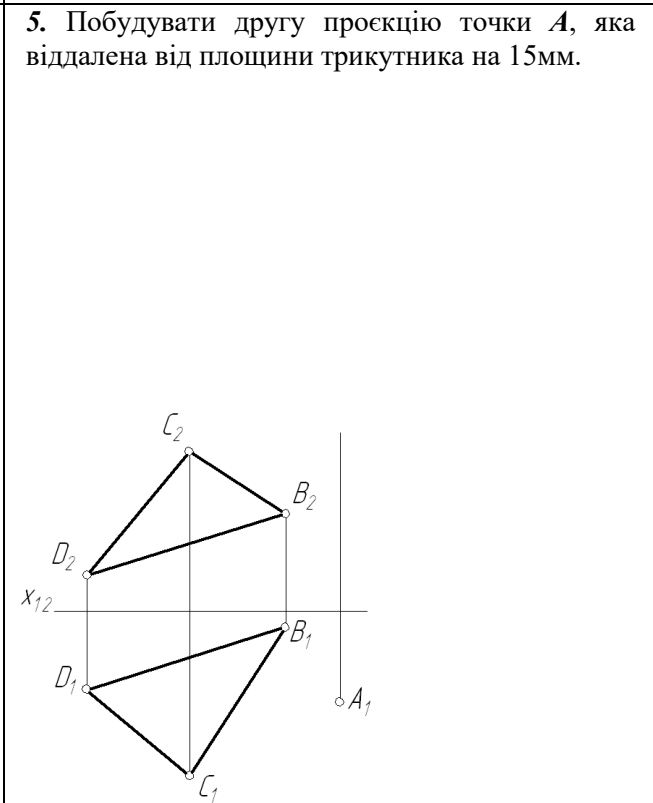
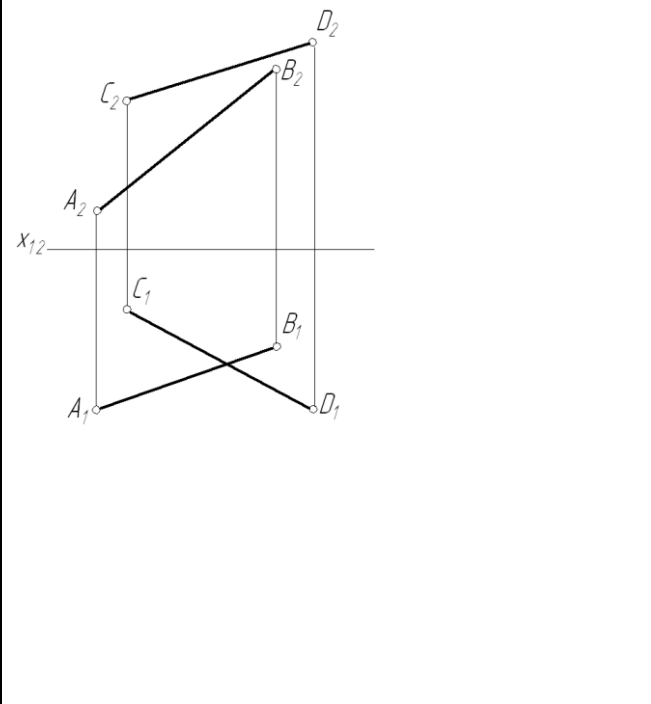
2д. Визначити відстань між паралельними прямими m і n .



3. Визначити відстань від точки A до прямої m .



4. Визначити найкоротшу відстань між мимобіжними прямими AB і CD .

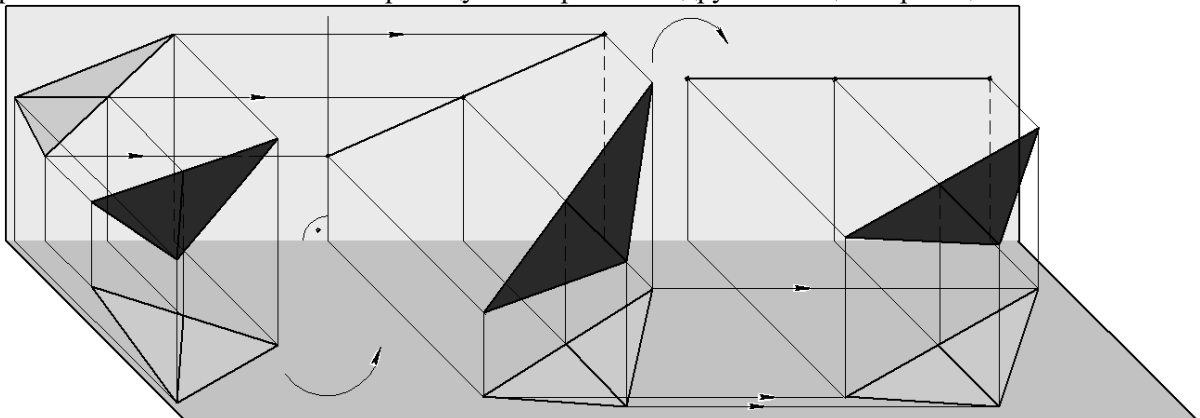




| | |
|---|--|
| 6. Визначити відстань між заданими площинами. | |
| | |
| 7. Визначити величину двогранного кута при ребрі AB. | |
| | |

Плоско-паралельне переміщення

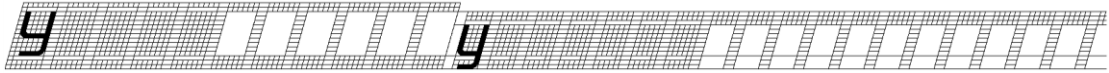
1. При плоско-паралельному переміщенні кожна точка об'єкта переміщується у площині, яка паралельна площині проєкцій.
2. Проєкція об'єкта на площину проєкцій, паралельно якій він переміщується, не змінює форму і величину, а точки другої проєкції переміщуються по прямих, паралельних осі проєкцій.
3. Послідовне переміщення виконують спочатку паралельно одній площині, а потім з отриманого положення об'єкт переміщують паралельно другій площині проєкцій.



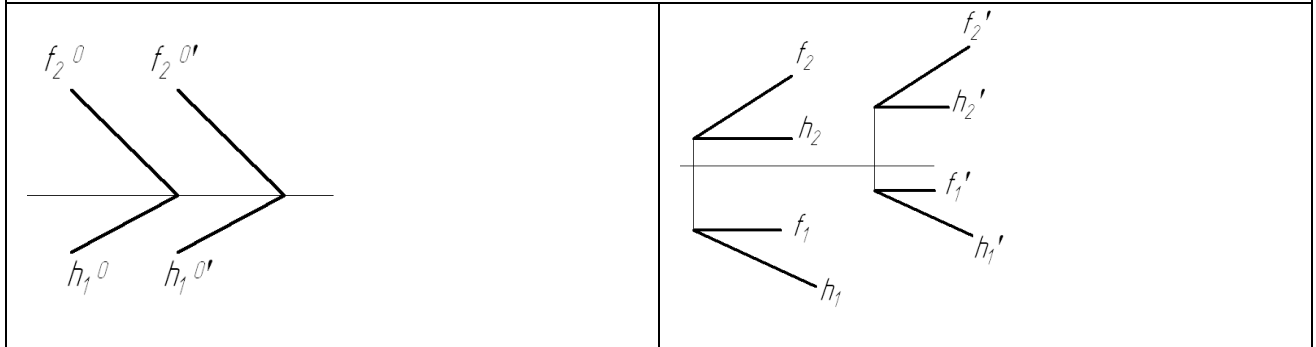


Задачі:

| | |
|---|--|
| 1д. Визначити дійсну величину відрізка AB та кути його нахилу до площин проєкцій. | |
| | |
| 2д. Визначити відстань між паралельними прямими m і n. | |
| | |
| 3. Визначити відстань від точки A до прямої m. | |
| | |
| 4. Визначити найкоротшу відстань між мимобіжними прямими AB і CD. | 5. Визначити величину двогранного кута при ребрі AB. |
| | |



6. Визначити відстань між заданими площинами.

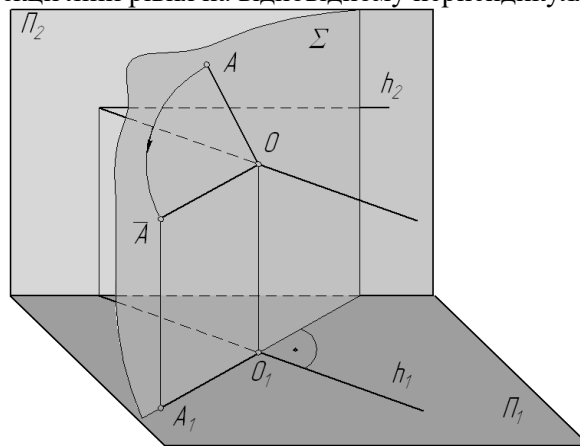


Поворот навколо ліній рівня

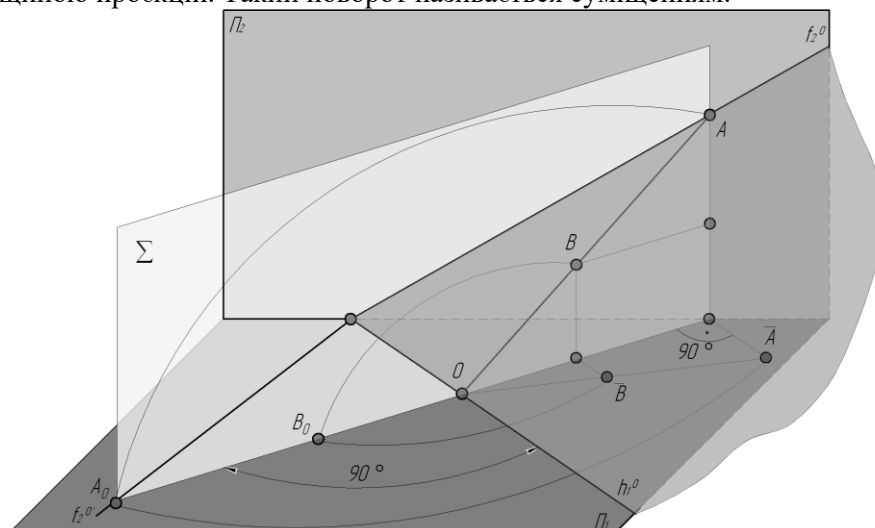
1. Поворот відбувається навколо лінії паралельної площині проєкцій (горизонтальної або фронтальної прямої), як навколо осі, до того моменту коли радіус повороту розміститься паралельно площині проєкцій. Для плоских об'єктів задана площина буде паралельною площині проєкцій, що дозволить розв'язати певні метричні задачі.

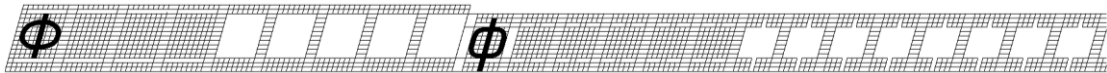
2. Якщо плоска фігура повертається навколо лінії рівня, як навколо осі, то всі її точки, що не належать осі, описують кола, площини яких перпендикулярні до осі повороту.

3. Щоб визначити проєкцію повернутої точки, необхідно визначити натуральну величину радіуса повороту і відкласти її від проєкції лінії рівня на відповідному перпендикулярі.



4. Коли віссю повороту є нульова горизонталь або фронталь, то площина повертається до суміщення з площиною проєкцій. Такий поворот називається суміщенням.





Задачі:

1. Побудувати проєкції висоти AD трикутника ABC (а) і дійсну відстань між прямими m і n (б) способом повороту навколо лінії рівня

a

б

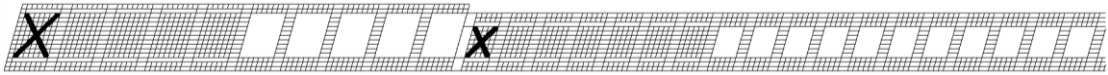
2. Побудувати горизонтальну і фронтальну проєкції літери „А”, яка розміщена в площині, що задана слідами, за її суміщеним положенням.

Тема 7. Криві лінії

(для самостійного вивчення)

Загальні положення.

1. Криві лінії задають: а) як слід точки, що рухається; б) як лінія взаємного перетину двох поверхонь; в) рівнянням; г) дискретним рядом точок.
2. Криві лінії поділяють на закономірні (алгебраїчні і трансцендентні) та незакономірні.
3. Порядок алгебраїчної кривої визначається степенем її рівняння або кількістю точок її перетину з площиною загального положення.
4. При паралельному проєкціюванні порядок плоскої алгебраїчної кривої не змінюється.
5. Розрізняють криві лінії плоскі і просторові (лінії подвійної кривизни).
6. Крива називається гладкою, якщо у всіх її точках дотична безперервно змінюється і у кожній з них одна.
7. Кут між дотичними у двох точках називається кутом суміжності.
8. Кривизною кривої у заданій точці є межа відношення кута суміжності до відповідної дуги ($k = \lim \Delta\alpha / \Delta s$).
9. Кривизна в певній точці дорівнює зворотній величині радіуса кола, що стикається у цій точці.



Задачі:

| | |
|---|--|
| 1. Побудувати другу проєкцію кривої лінії l , яка належить заданій площині. | |
| | |
| 2. Побудувати циліндричну і конічну гвинтові лінії за заданим кроком. | |
| | |

Тема 8. Багатогранники і криволінійні поверхні

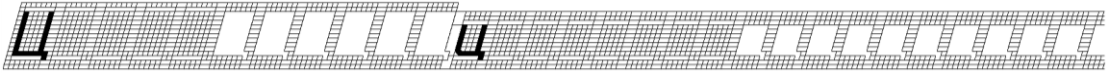
Загальні положення.

1. Багатогранник – тіло, обмежене плоскими багатокутниками (гранями). Розрізняють багатогранники правильні, пів-правильні і неправильні.

2. Поверхня – сукупність положень (слід) деякої лінії (твірної) у просторі, яка переміщується вздовж напрямної лінії або за іншим певним законом.

3 Сукупність умов, необхідних і достатніх для визначення поверхні, є її визначником. Він складається із геометричної і алгоритмічної (закон утворення) частин.

4. Залежно від форми твірної бувають поверхні лінійчаті (твірна – пряма лінія) і нелінійчаті з постійною чи змінною формами твірної.



Задачі:

1д. Побудувати відсутні проєкції видимих точок, які належать заданим поверхням

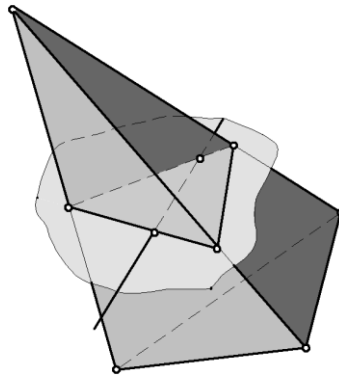
2д. Побудувати обидві проєкції видимих точок, які належать заданим поверхням

Модуль 2

Тема 9. Перетин багатогранних поверхонь площиною.

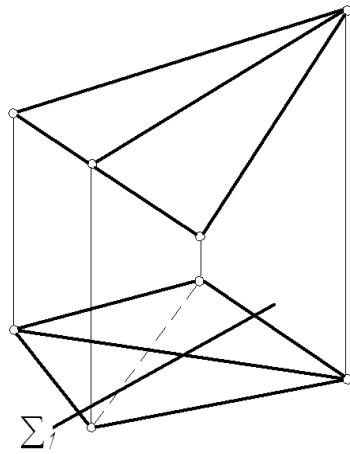
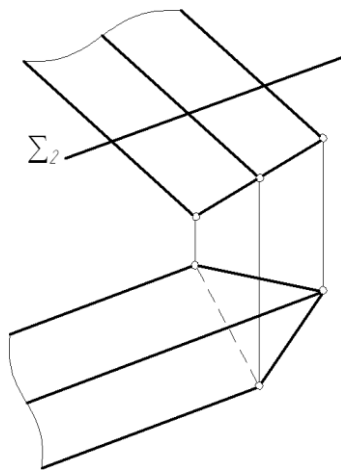
Загальні положення.

1. При перетині поверхонь площиною утворюється плоска фігура, яка називається перерізом.
2. Для побудови перерізу багатогранника необхідно визначити точки перетину усіх його ребер з площиною, а що до кривої поверхні – точки перетину ряду її твірних. У першому випадку отримуємо багатокутник, а у другому – криву лінію.
3. Якщо січна площина проєкціуюча, то одна проєкція перерізу зображується прямою лінією, а другу проєкцію визначають за приналежністю лінії перерізу заданій поверхні.
4. Побудувати переріз поверхні площиною загального положення можна перетворивши задану площину на проєкціуючу з використанням: а) способів перетворення проєкцій; б) допоміжного косокутного проєкціювання.
5. Використання допоміжних січних площин дозволить визначити спільні точки, які належать заданій площині і заданій поверхні.

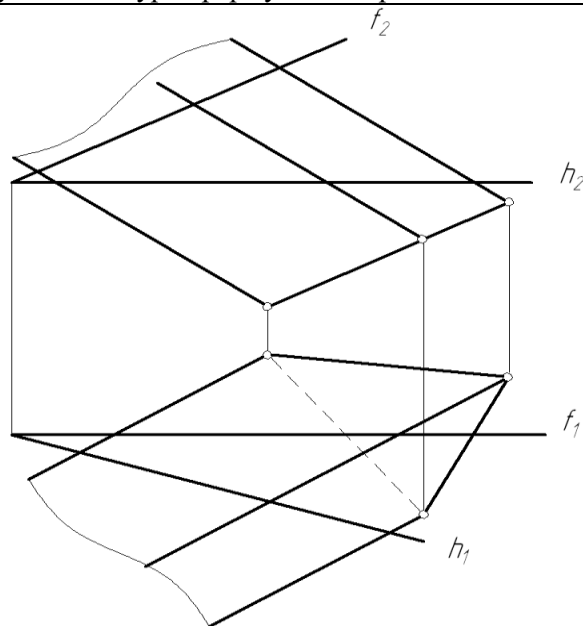


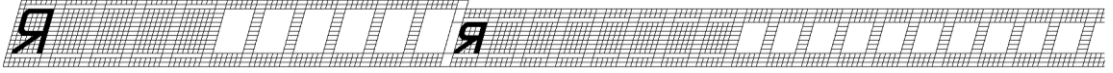
Задачі:

1д. Побудувати контур перерізу призми і піраміди площиною Σ .

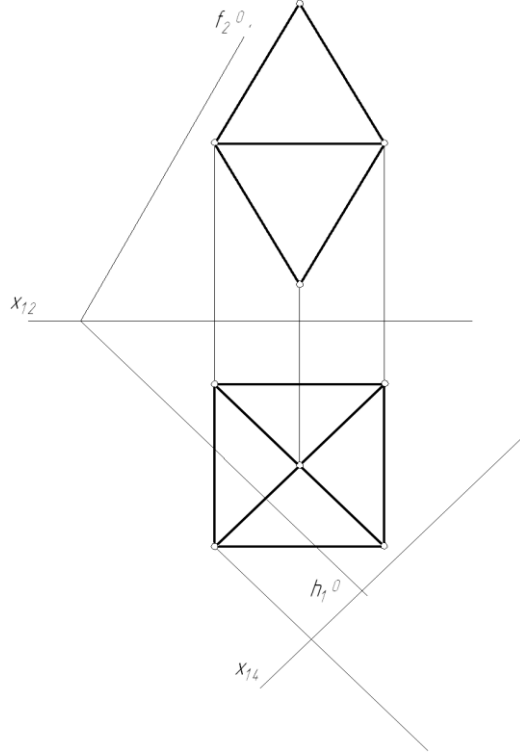


2. Побудувати контур перерізу багатогранника площиною $\lambda(f \cap h)$.

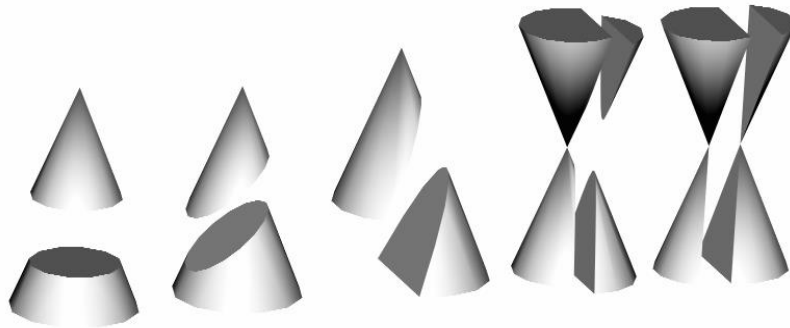




3. Побудувати контур перерізу багатогранника площиною $\lambda(f^0 \cap h^0)$ заміною площин проєкцій.

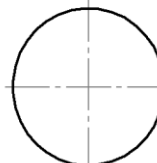
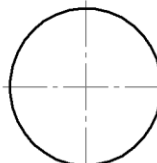
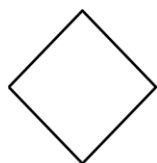
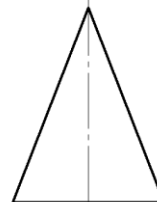


Тема 10. Перетин кривих поверхонь площиною.



Задачі:

10. Накреслити слід-проєкцію площини, яка перетинала б поверхню заданого тіла по зазначеній фігурі:

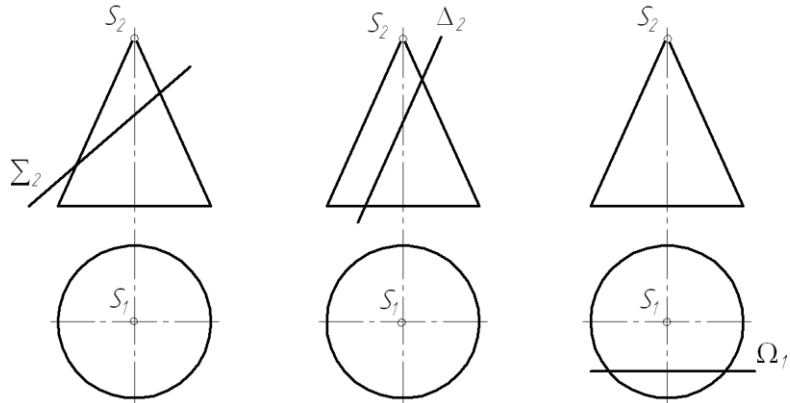


(а) по шестикутнику

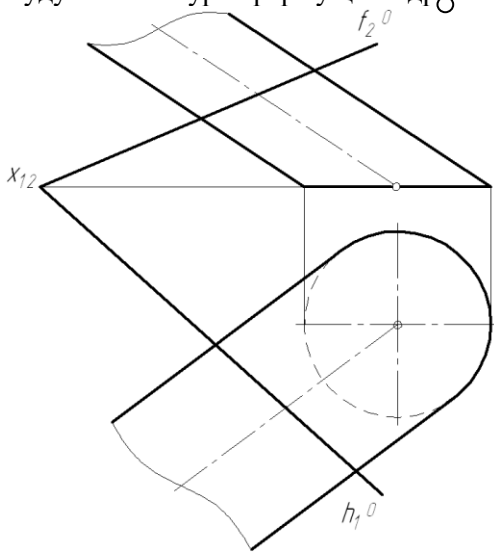
б) по більшій дузі еліпса

(в) по параболі

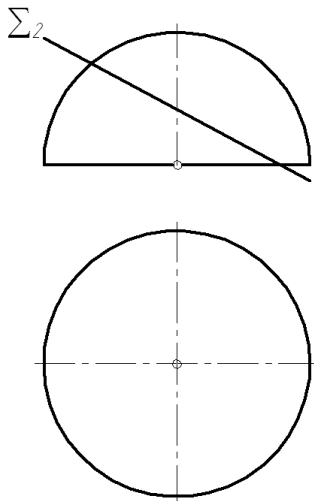
2d. Побудувати конічні перерізи.



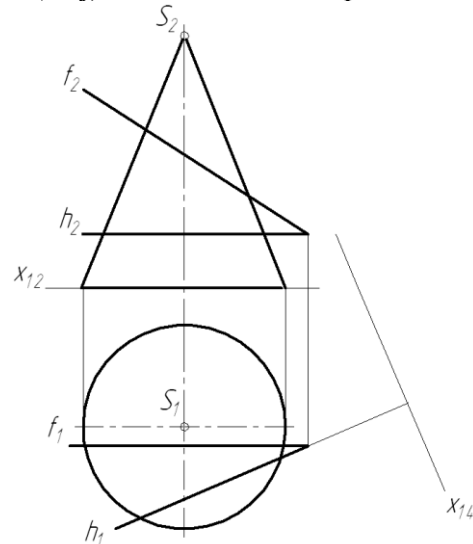
3. Побудувати контур перерізу циліндра площиною. Визначити дійсну величину перерізу.



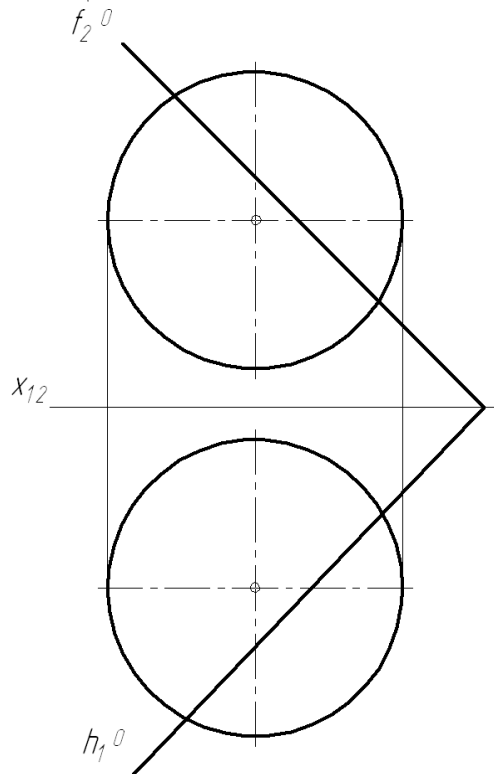
4. Побудувати контур перерізу півсфери площиною.



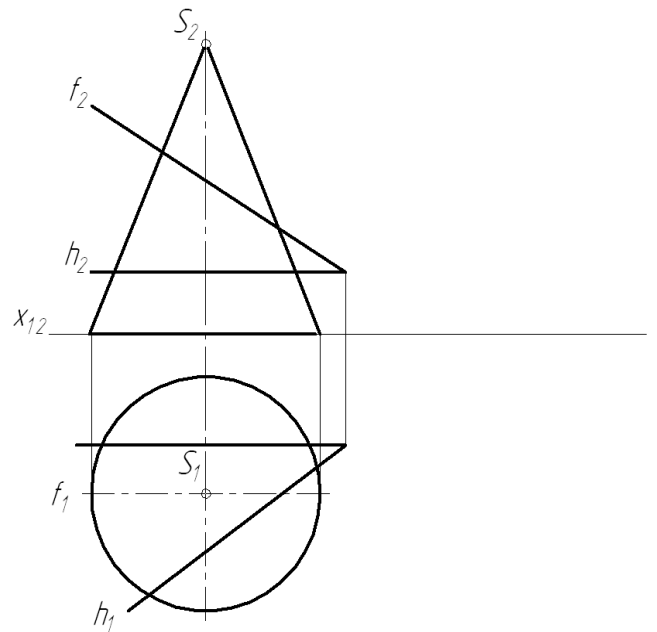
5. Побудувати контур перерізу конуса площиною $\Sigma(h \cap f)$ заміною площин проєкцій.



6. Побудувати контур перерізу сфери площиною $\Sigma(h \cap f)$, використовуючи допоміжні січні площини.



7. Побудувати контур перерізу конуса площиною $\Sigma(h \cap f)$, використовуючи допоміжне косокутне проєціювання.



Тема 11. Перетин поверхонь з прямою лінією

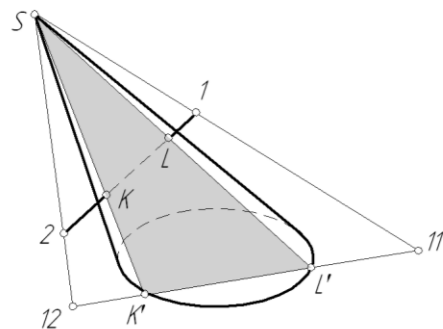
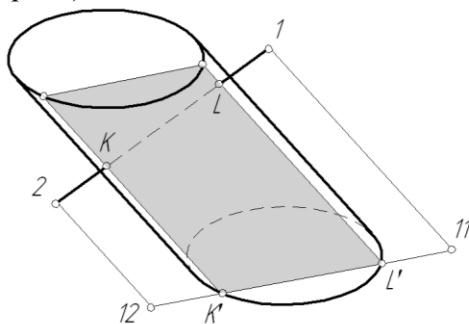
Загальні положення

1. Алгоритм розв'язання задачі на визначення точок перетину прямої лінії з поверхнею складається з трьох операцій:

- через задану пряму слід провести допоміжну площину;
- побудувати лінію перетину допоміжної площини з поверхнею;
- визначити точки перетину отриманої лінії перетину з заданою прямою.

2. Визначаючи точки перетину прямої з многогранником, доцільно використовувати проєкціуючу площину.

3. Визначаючи точки перетину прямої з циліндричною поверхнею, допоміжну площину проводять паралельно твірним циліндра (тоді бічну поверхню допоміжна площина перетинає по прямих – твірних).

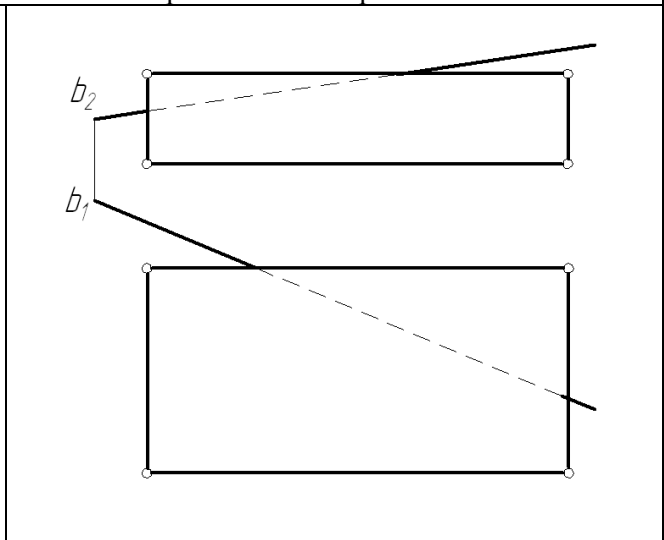
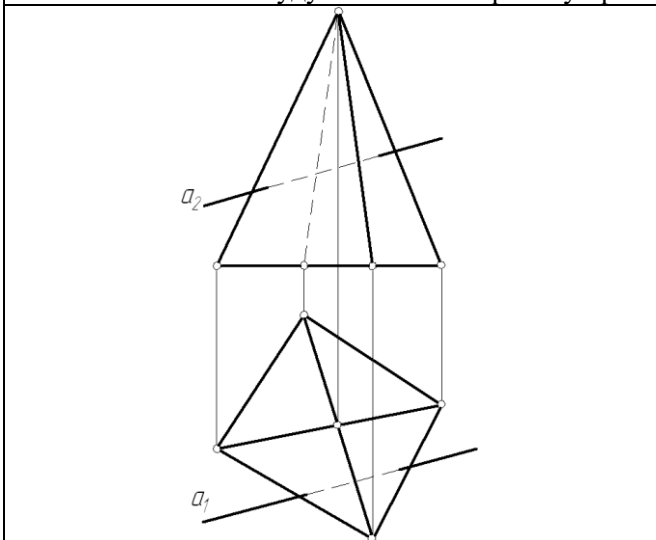


4. Визначаючи точки перетину прямої з конічною поверхнею, допоміжну площину проводять через вершину конічної поверхні (тоді бічну поверхню допоміжна площина перетинає по твірних).

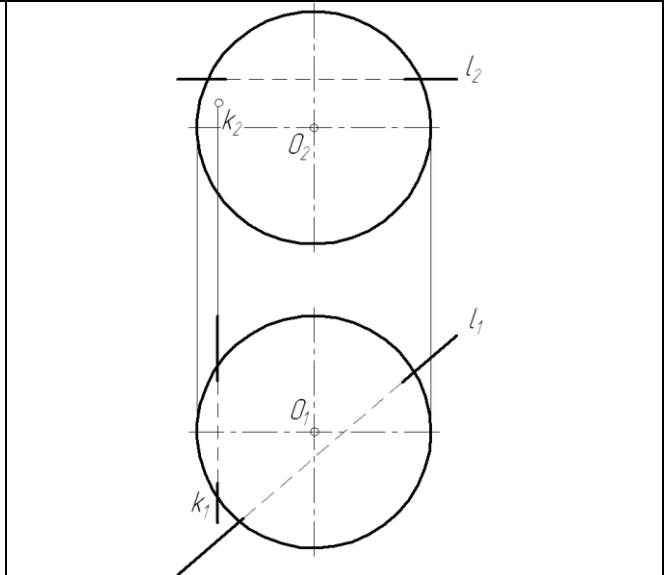
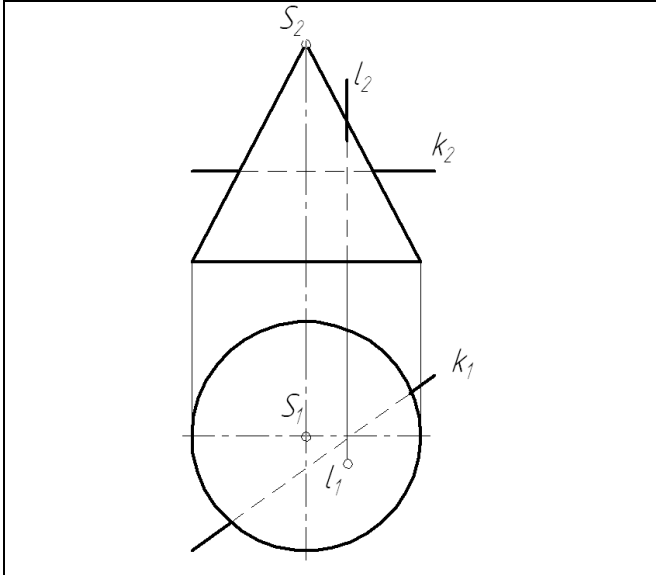
5. Для побудови точок перетину прямої з поверхнями обертання доцільно використовувати спосіб перетворення площин проєкцій, так щоб пряма розміщувалась доцільним чином.

Задачі:

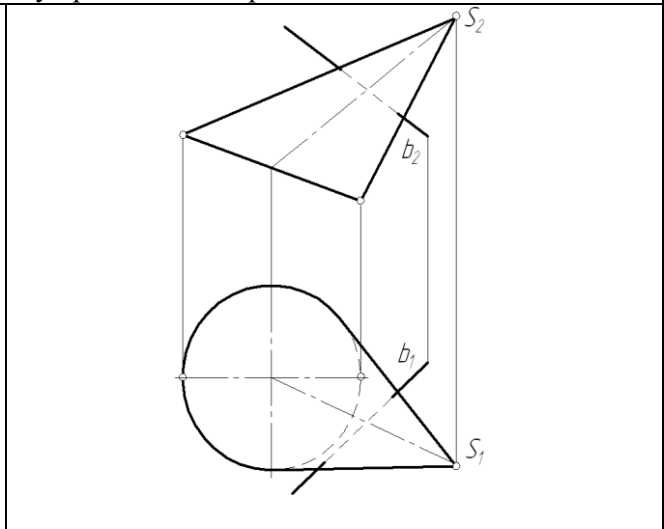
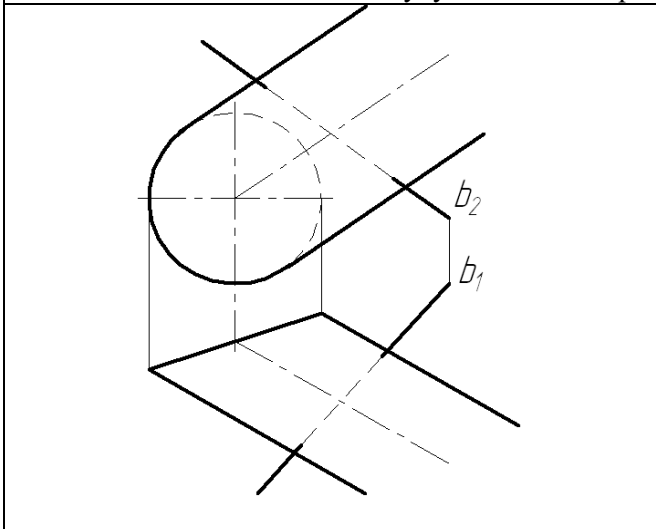
1д. Побудувати точки перетину прямих a і b з поверхнями багатогранників.

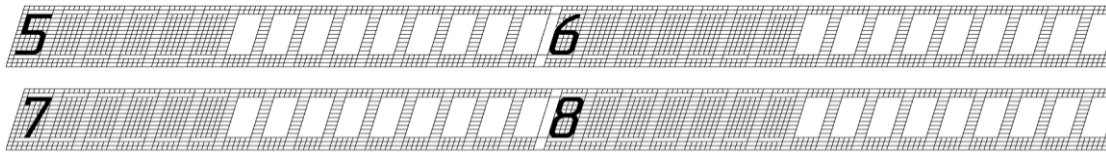


2д. Побудувати точки перетину прямих k і l з поверхнею конуса та сфери.

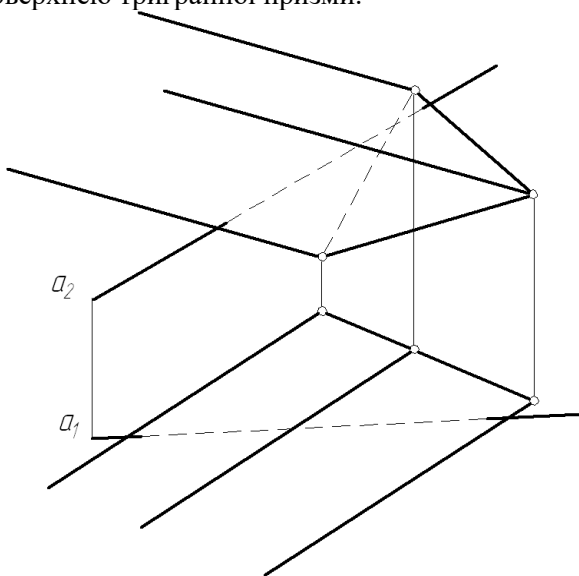


3. Побудувати точки перетину прямої b з поверхнею.

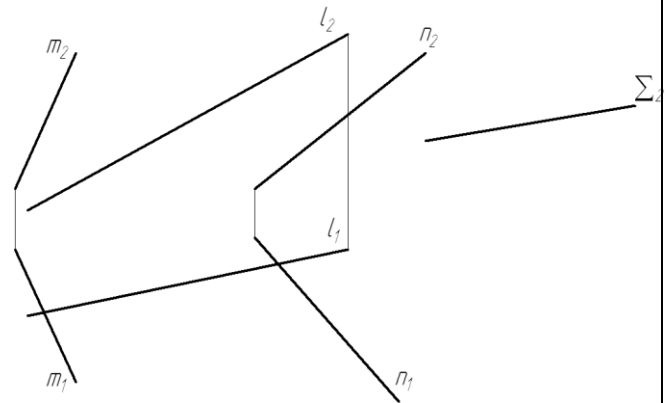




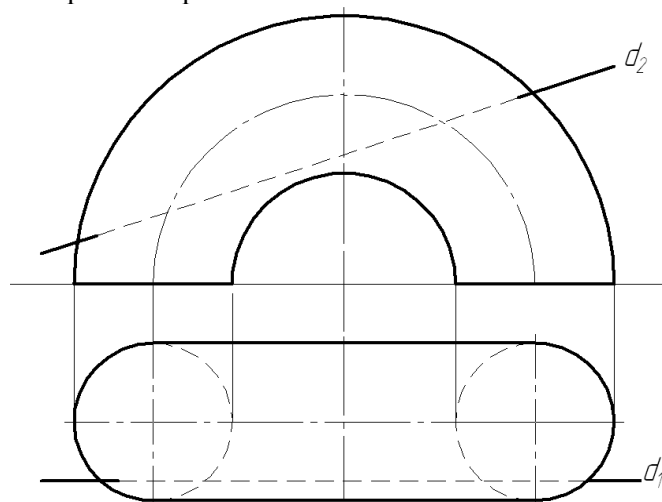
4. Побудувати точки перетину прямої a з поверхнею тригранної призми.



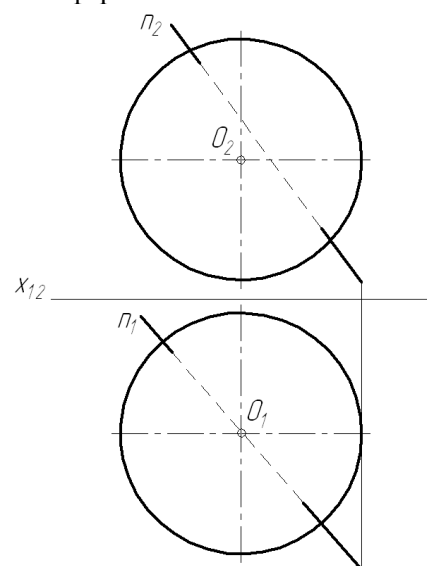
5. Побудувати точки перетину прямої l з поверхнею косої площини ($m \cap n, \Sigma$).



6. Побудувати точки перетину прямої d з поверхнею тора.



7. Побудувати точки перетину прямої n з поверхнею сфери.



Тема 12. Розгортки поверхонь

Загальні положення.

1. Розгорткою поверхні називається плоска фігура, утворена суміщенням поверхні з площиною.
2. Між поверхнею і її розгорткою встановлюється взаємно-однозначна відповідність: кожній точці поверхні відповідає певна точка розгортки.
3. Властивості розгортних поверхонь:
 - а) довжина відповідних відрізків ліній на поверхні і на розгортці однакові;
 - б) кути між відповідними лініями, що перетинаються, на поверхні і на розгортці однакові;
 - в) площі відповідних фігур, окреслених замкнутими лініями, на поверхні і на розгортці однакові.
4. Дотична площина, проведена в будь-якій точці розгортної поверхні, дотикається до неї по прямій твірній.

5. Для побудови розгортки багатогранника необхідно визначити натуральні величини всіх граней і, послідовно прибудовуючи їх по суміжних ребрах, сумістити з площиною.

6. Загальний принцип побудови розгортки розгортної кривої поверхні: спочатку задана поверхня апроксимується з достатньою точністю багатогранною поверхнею, далі будується розгортка багатогранної поверхні, а одержані на розгортці точки, які належать кривій лінії на поверхні, сполучаються кривою лінією.

7. Для побудови розгорток призматичних і циліндричних поверхонь застосовують спосіб нормального перерізу або спосіб "розкочування".

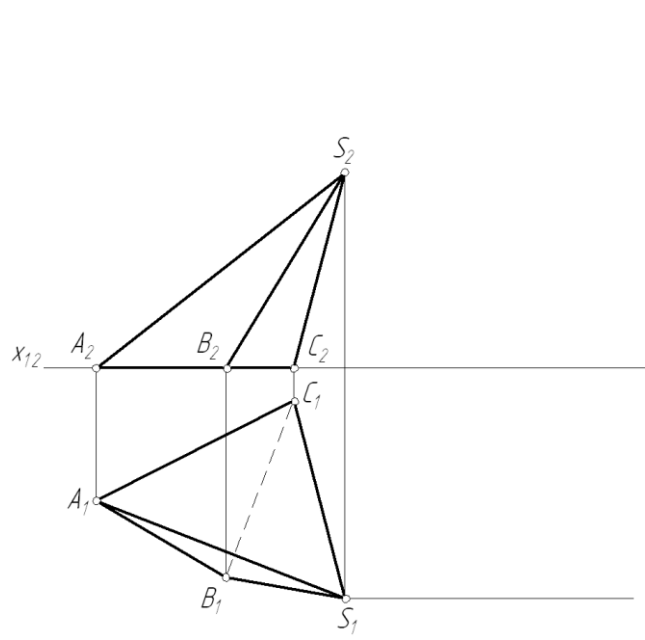
8. Спосіб нормального перерізу ґрунтується на побудові розгортки нормального перерізу у вигляді прямої лінії, перпендикулярної до ребер або твірних поверхні.

9. Спосіб "розкочування" ґрунтується на суміщенні граней призми або ділянок циліндричної поверхні з площиною послідовним обертанням їх навколо ребер або твірних до суміщення з площиною.

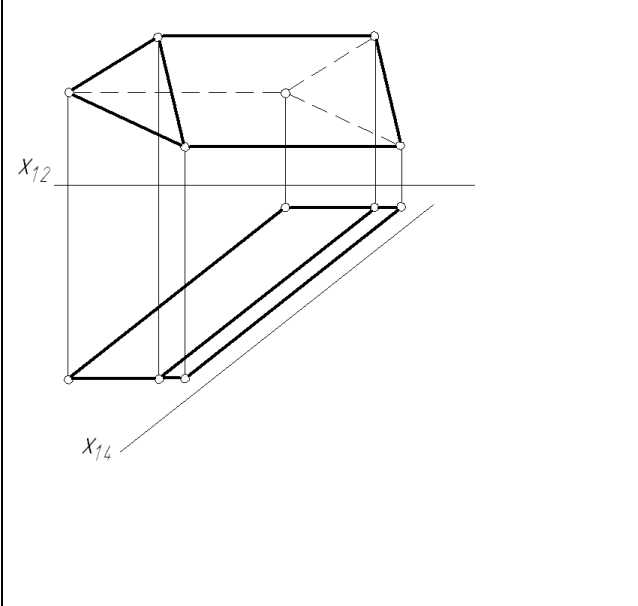
10. Наближені (умовні) розгортки нерозгортних поверхонь виконують шляхом їх апроксимації ділянками розгортних поверхонь і побудови розгортки цих ділянок.

Задачі:

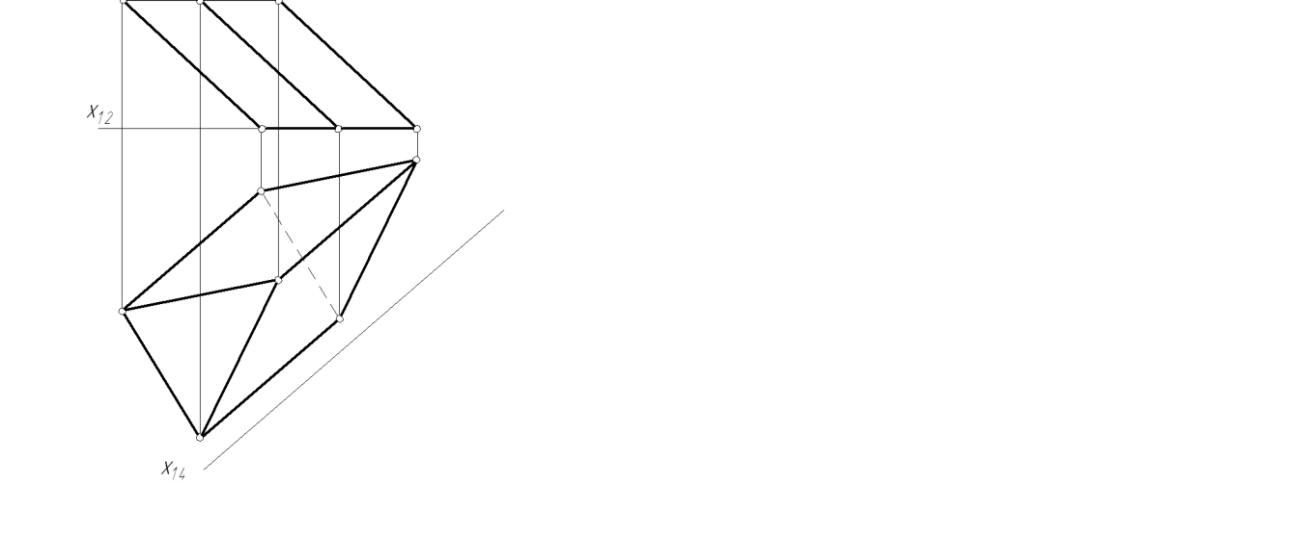
1д. Побудувати розгортку піраміди



2д. Побудувати розгортку призми способом "розкочування".

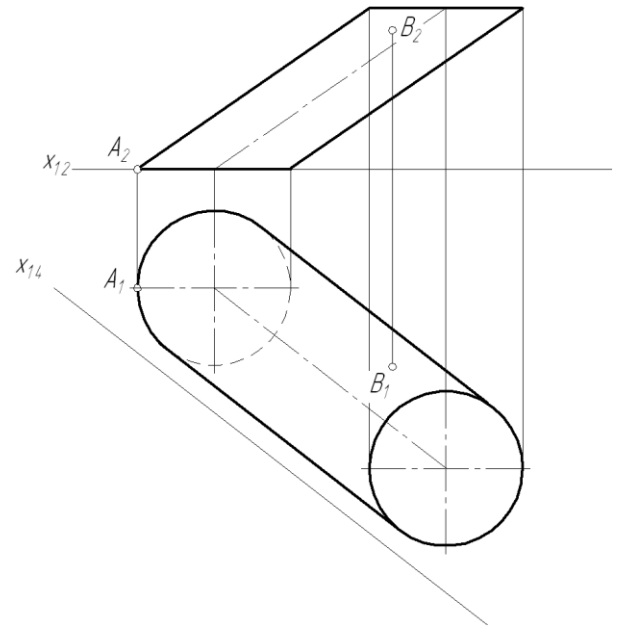


3. Побудувати розгортку призми загального положення способом "нормального перерізу".

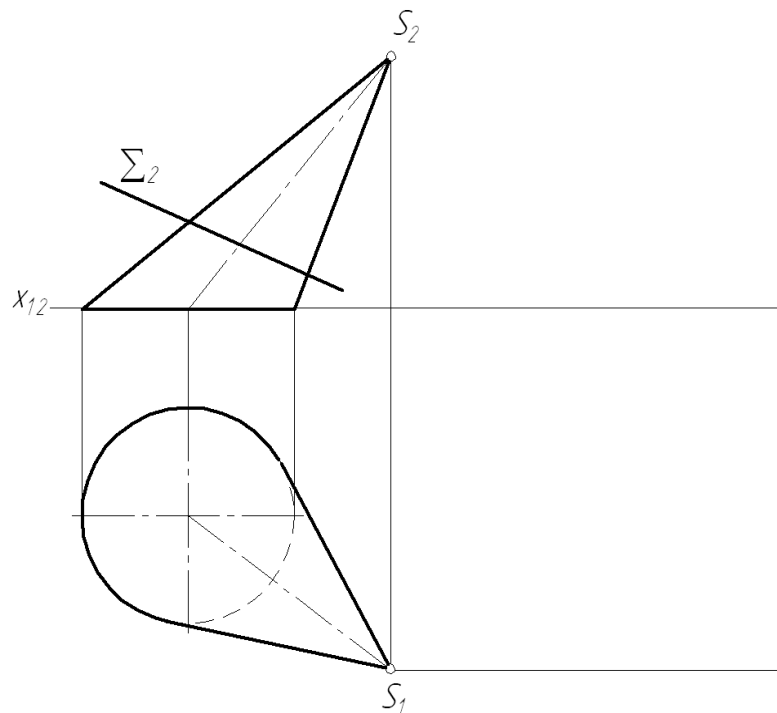


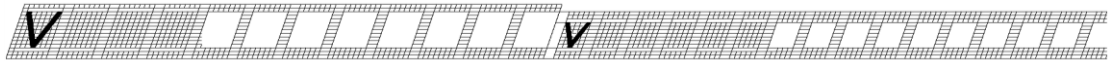


4. Побудувати розгортку еліптичного циліндра і визначити найкоротшу відстань між точками A і B на поверхні.



5. Побудувати розгортку похилого конуса і нанести на неї лінію перерізу





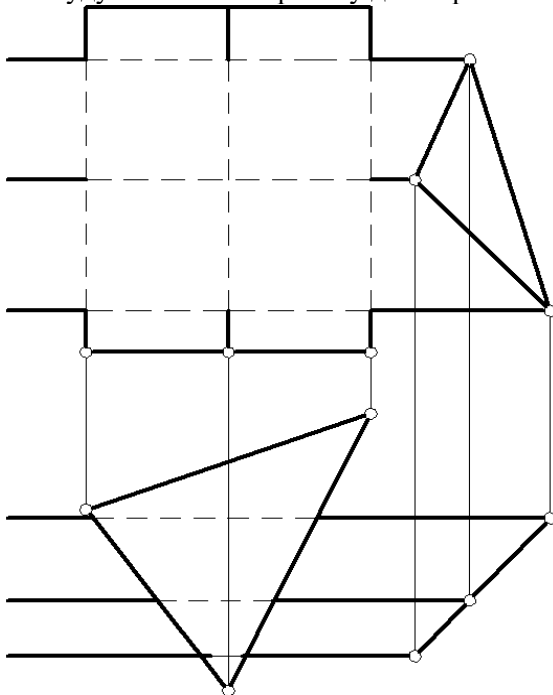
Тема 13-14. Взаємний перетин поверхонь

Загальні положення

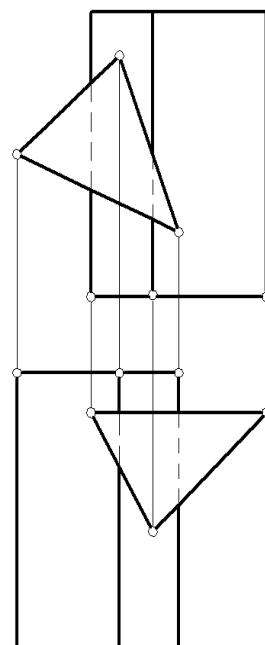
1. Лінія, загальна для двох поверхонь, що перетинаються, називається лінією перетину (переходу).
2. Щоб знайти точки лінії взаємного перетину поверхонь використовують способи:
 - а) перетворення проєкцій;
 - б) допоміжного проєкціювання;
 - в) допоміжних перерізів.
3. Якщо одна з поверхонь (циліндр або призма) є проєкціуючою, то одна проєкція лінії взаємного перетину збігається з проєкцією цієї поверхні, а друга проєкція визначається за відповідністю.
4. Способом перетворення проєкцій часто доцільно одну з поверхонь (циліндр або призму) зробити проєкціуючою.
5. При взаємному перетині призм, пірамід, циліндрів і конусів загального положення прямі лінії проєкціуються в точки. Косокутним допоміжним проєкціюванням можна призму або циліндр спроекціувати у їхні основи, а центральним – піраміду або конус також у їхні основи.
6. Спосіб допоміжних перерізів полягає в тому, що дві задані поверхні перетинаються третьою поверхнею (площиною або кривою поверхнею). Ця, третя поверхня в перетині з двома заданими утворює дві лінії, перетин яких дасть точки, що належать шуканій лінії взаємного перетину.
7. Спосіб січних концентричних сфер застосовується, якщо осі двох поверхонь обертання перетинаються і паралельні одній з площин проєкцій. Цей спосіб ґрунтується на тому, що поверхня обертання перетинається зі сферою по колах, якщо вісь обертання поверхні проходить через центр сфери. Якщо вісь поверхні обертання паралельна площині проєкцій, то кола перетину зі сферою спроекціуються на цю площину проєкцій прямими лініями.
9. Загалом, в разі перетину двох поверхонь 2-го порядку утворюється просторова крива 4-го порядку.
10. Якщо дві поверхні 2-го порядку описані навколо третьої поверхні 2-го порядку (наприклад, сфери), то лінія перетину розпадається на дві плоскі криві 2-го порядку.

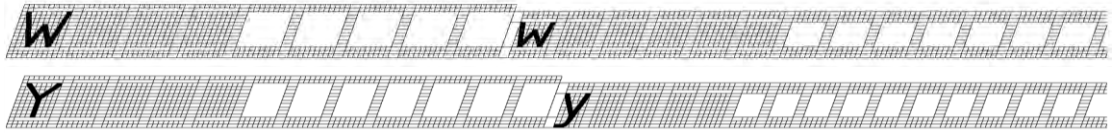
Задачі (1-ша лекція):

1д. Побудувати лінію перетину двох призм.

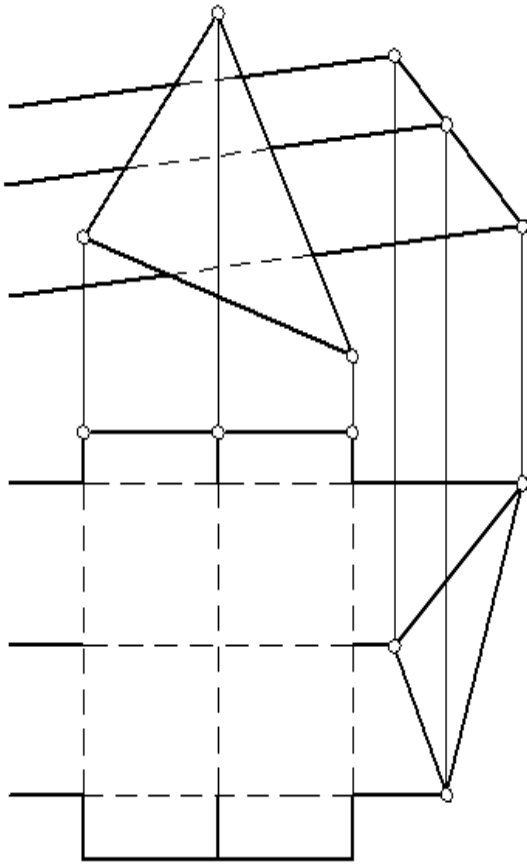


2д. Визначити і записати кількість вершин лінії взаємного перетину. $n =$

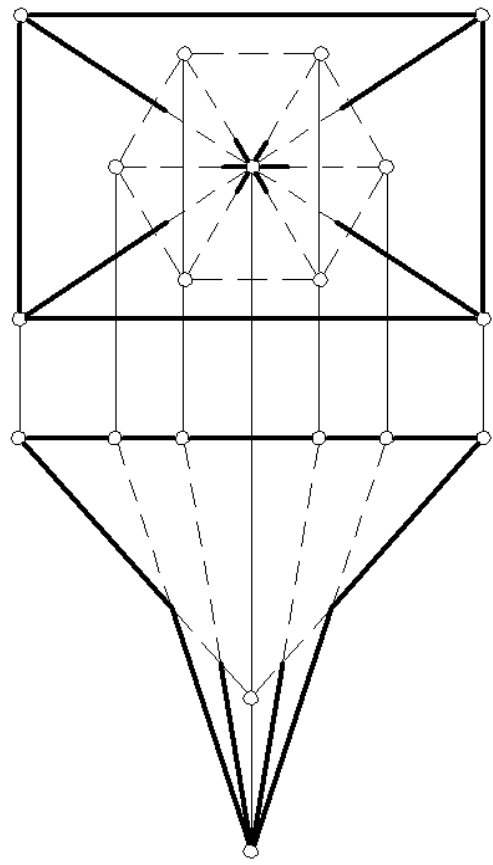




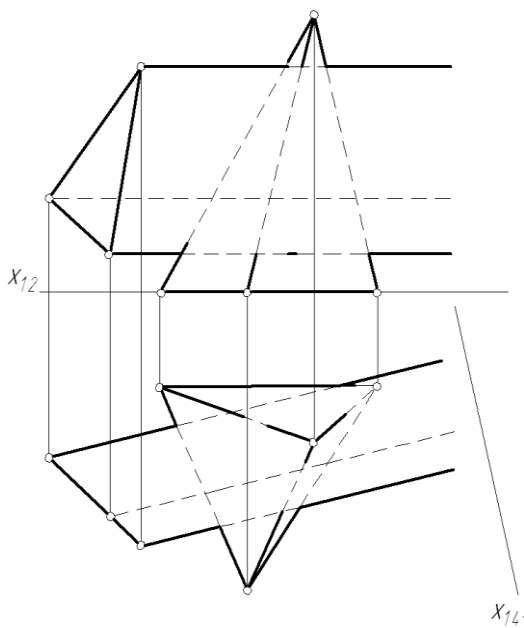
3. Побудувати лінію перетину двох призм.



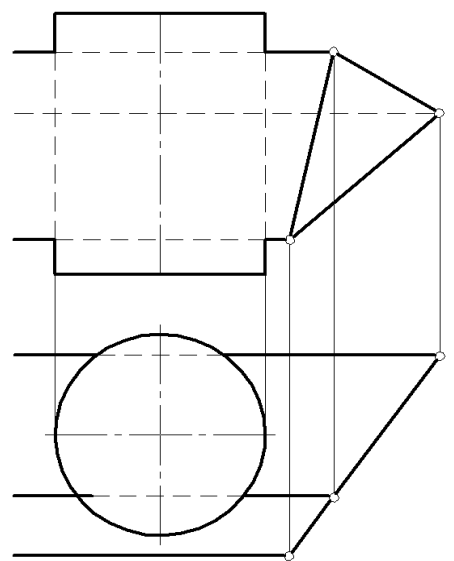
4. Побудувати лінію перетину двох пірамід.

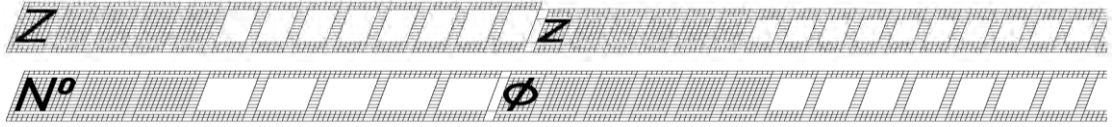


5. Побудувати лінію перетину призми з пірамідою, використовуючи спосіб заміни площини проєкцій.



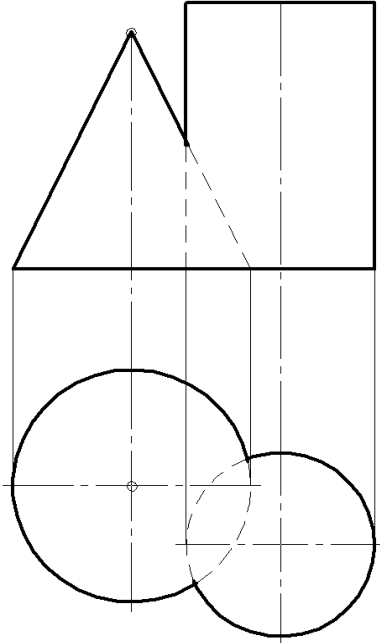
6. Побудувати лінію взаємного перетину.



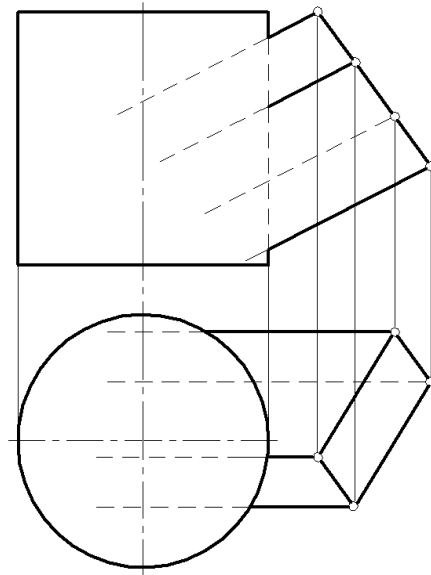


Задачі (2-га лекція):

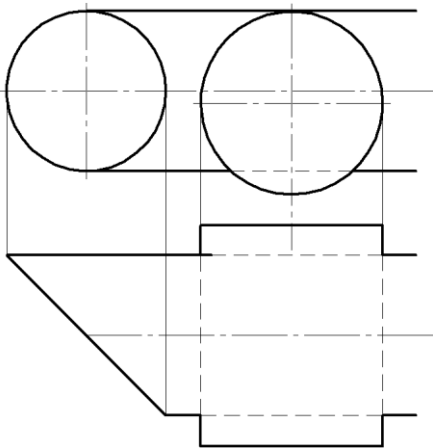
1д. Побудувати лінію перетину циліндра з конусом.



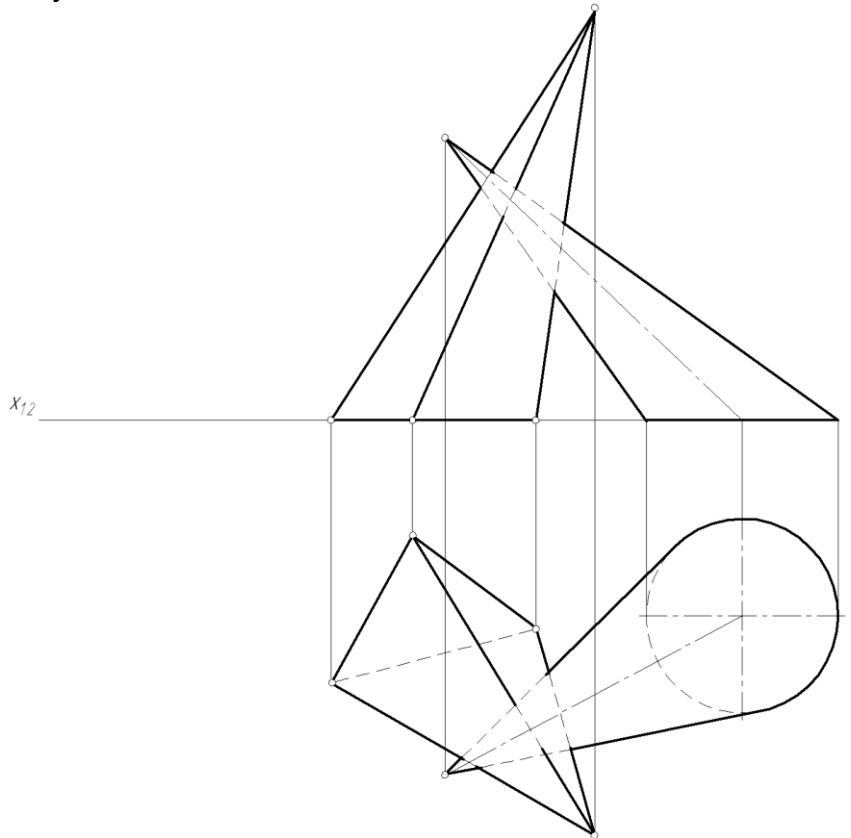
2д. Побудувати лінію перетину призми з циліндром.



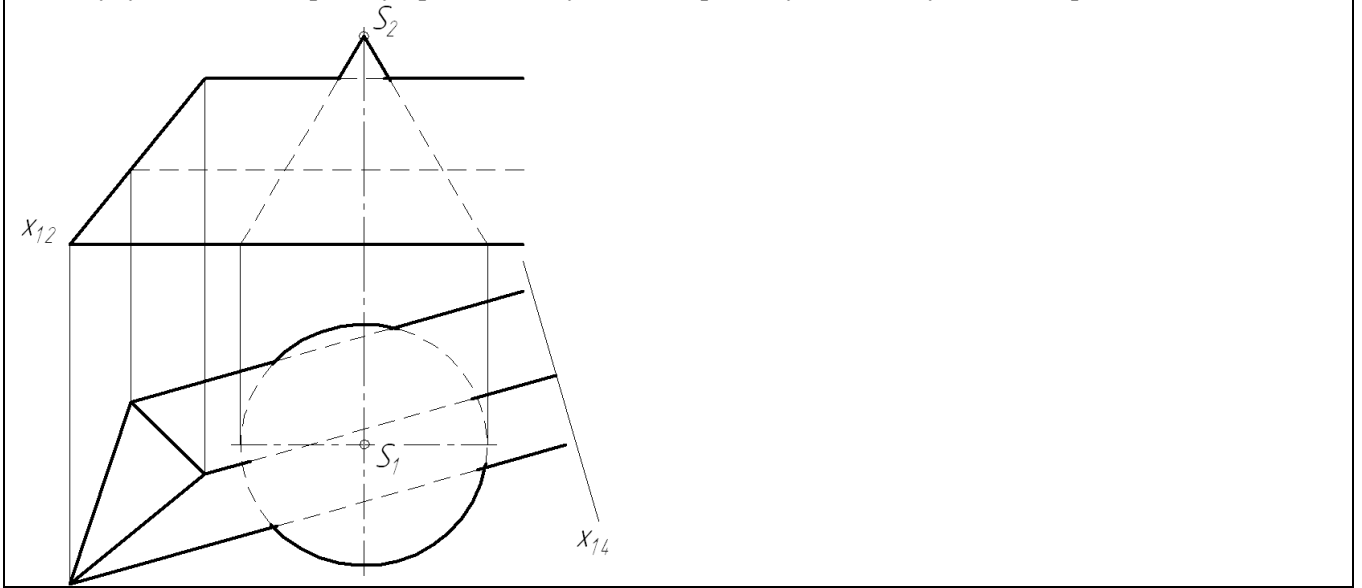
3. Побудувати лінію перетину двох циліндрів.



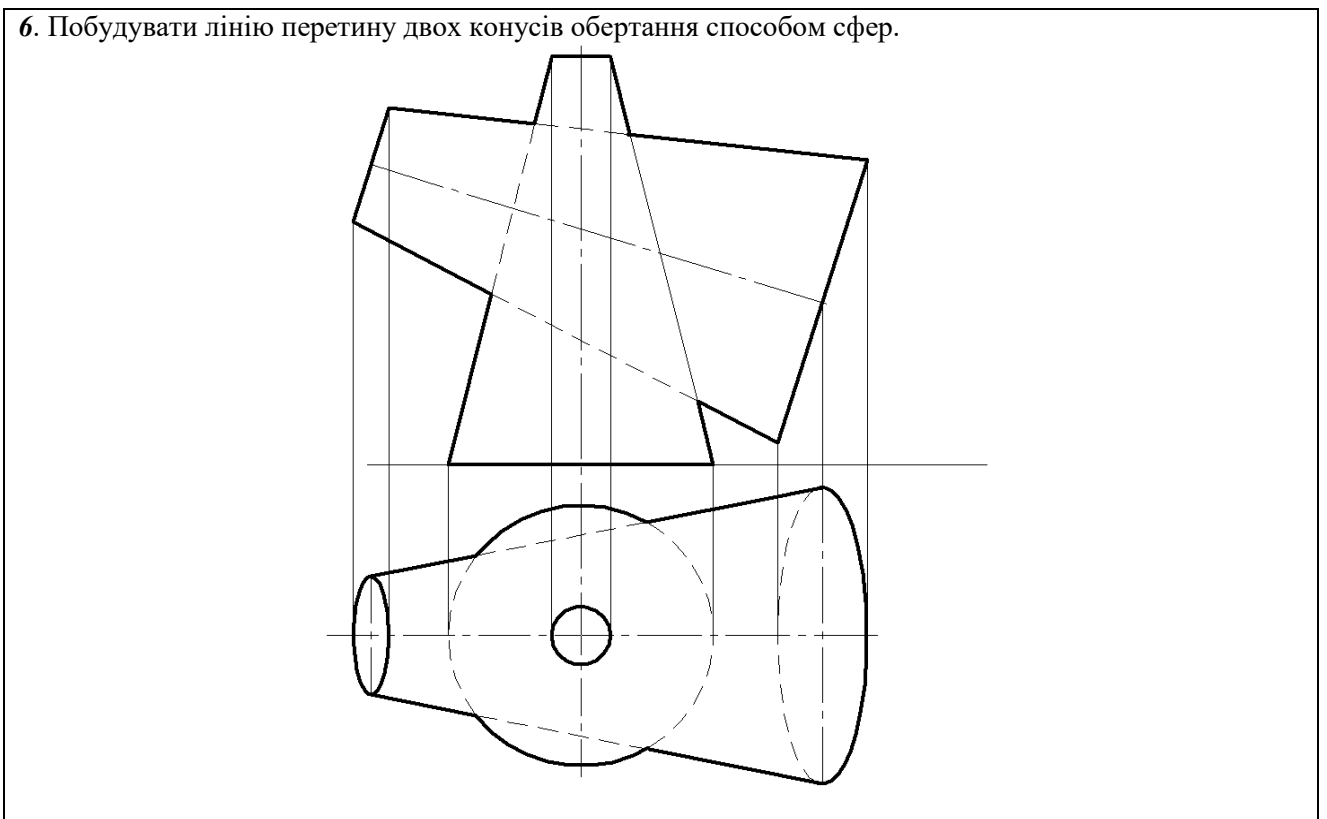
4. Побудувати чотири точки взаємного перетину піраміди з конусом.



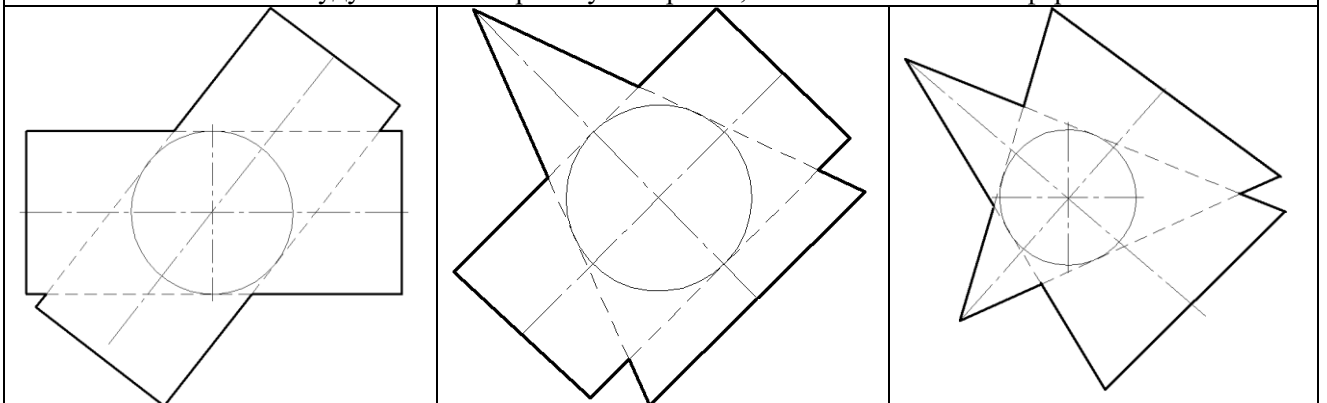
5. Побудувати лінію перетину призми з конусом, використовуючи заміну площин проєкцій.



6. Побудувати лінію перетину двох конусів обертання способом сфер.



7. Побудувати лінії перетину поверхонь, які описані навколо сфер.



Тема 15. Аксонометричні проєкції, аксонометрія

Загальні положення.

1. Принцип побудови зображення об'єкта в системі аксонометричних проєкцій полягає в тому, що об'єкт спочатку проєкціюється під прямим кутом на координатну площину, а потім разом з цією проєкцією на основну площину – аксонометричну площину проєкцій.

2. В залежності від кута проєкціювання аксонометричні проєкції існують прямокутні (напрям аксонометричного проєкціювання перпендикулярний до аксонометричної площини проєкцій косокутні) і косокутні.

3. Для визначення дійсних розмірів об'єкта в аксонометрії користуються коефіцієнтами спотворення по аксонометричних осях.

4. Якщо коефіцієнти спотворення по всіх трьох осях (p , q , r) однакові, аксонометрія називається ізометрією, в разі рівності лише двох коефіцієнтів спотворення – диметрією, і, нарешті, коли коефіцієнти спотворення різні, - триметрією.

5. Між коефіцієнтами спотворення і кутом проєкціювання існує залежність: $p^2 + q^2 + r^2 = 2 + \text{ctg}^2 \varphi$, де φ - кут нахилу проєкціюючих променів до площини аксонометричних проєкцій. Для прямокутної аксонометрії ця залежність спрощується ($\text{ctg} \varphi = 0$): $p^2 + q^2 + r^2 = 2$.

6. Дійсні коефіцієнти спотворення для стандартних прямокутних аксонометричних проєкцій дорівнюють:

а) $p = q = r \approx 0,82$ (ізометрія);

б) $p = r \approx 0,94$, $q \approx 0,47$ (диметрія).

7. Для спрощення побудови прямокутних аксонометричних проєкцій користуються приведеними коефіцієнтами спотворення:

а) $p = q = r = 1$ (ізометрія);

б) $p = r = 1$, $q = 0,5$ (диметрія).

8. До стандартних косокутних аксонометричних проєкцій належать:

а) фронтальна ізометрія ($p = q = r = 1$);

б) фронтальна диметрія ($p = r = 1$, $q = 0,5$);

в) горизонтальна ізометрія ($p = q = r = 1$).

9. Порядок побудови аксонометрії об'єкта:

а) проєкції об'єкта відносять (прив'язують) до декартової системи координат;

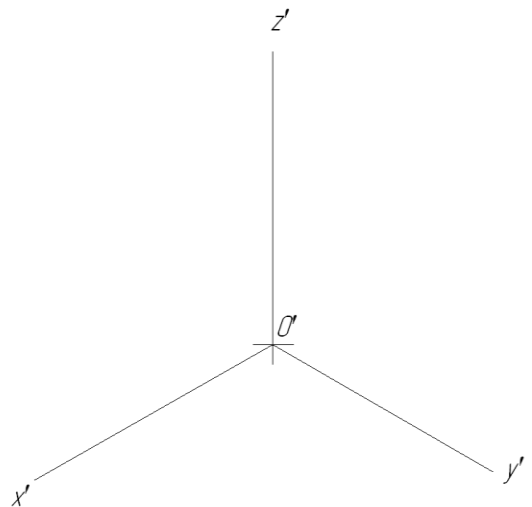
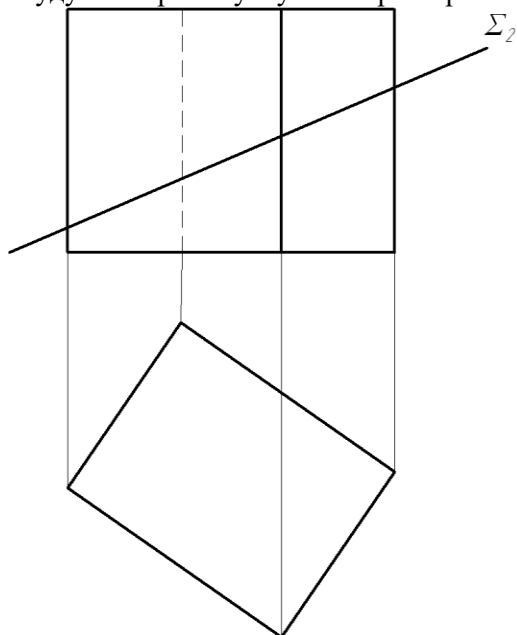
б) будують аксонометричні осі координат;

в) будують вторинну аксонометричну проєкцію об'єкта у вибраному масштабі з урахуванням коефіцієнтів спотворення (дійсних або приведених);

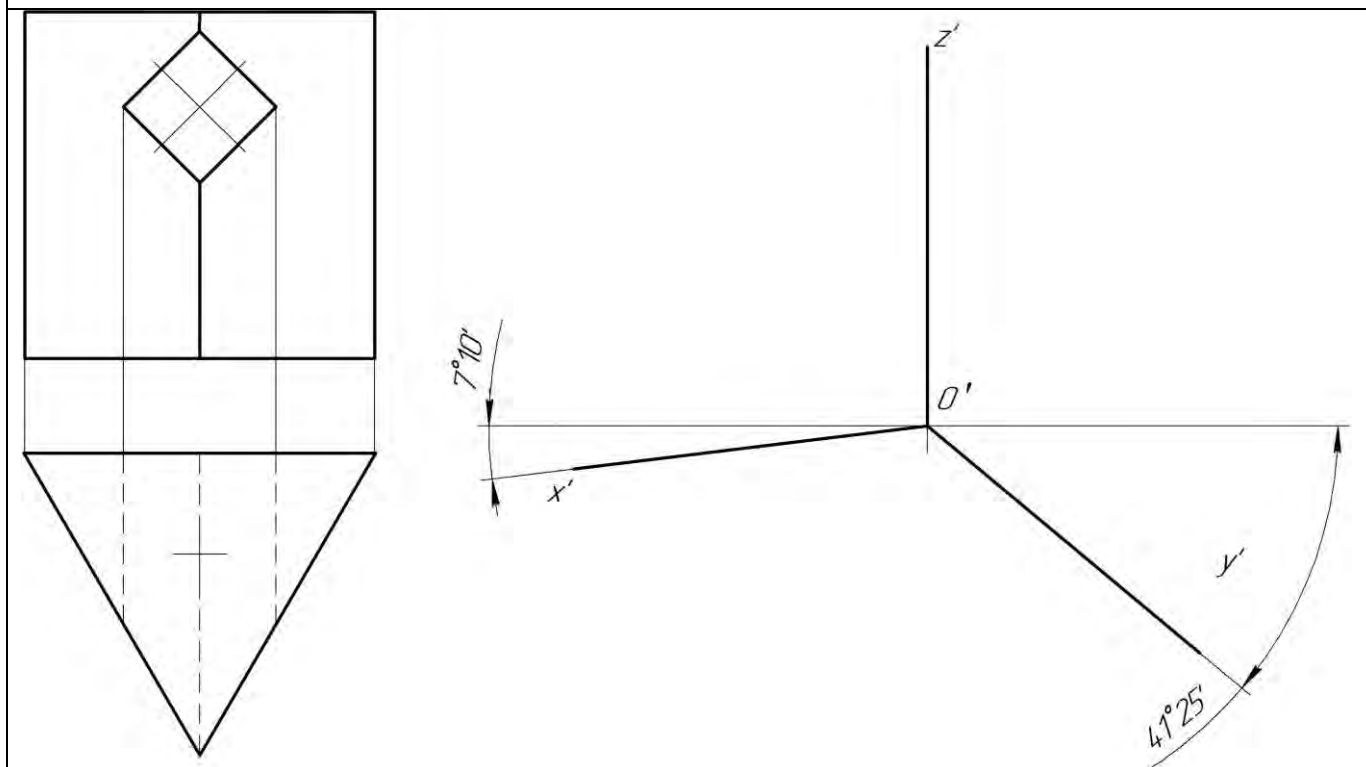
г) створюють основну аксонометричну проєкцію об'єкта.

Задачі:

1. Побудувати прямокутну ізометрію призми з нанесенням лінії перерізу її площиною Σ .



2. Побудувати прямокутну диметрію призми з отвором



ЗМІСТ

| | |
|--|----|
| ВСТУП. | 3 |
| Рекомендована література | 3 |
| Модуль 1. | |
| Тема 1. Проекції точки | 4 |
| Тема 2. Проекції прямої. | 7 |
| Тема 3. Проекції площини. | 10 |
| Тема 4. Перетин прямих і площин. | 13 |
| Тема 5. Паралельність і перпендикулярність прямих і площин | 15 |
| Тема 6. Перетворення комплексного рисунка. | 17 |
| Заміна площин проєкцій | 18 |
| Плоско-паралельне переміщення. | 20 |
| Поворот навколо лінії рівня. | 22 |
| Тема 7. Криві лінії (для самостійного вивчення) | 23 |
| Тема 8. Багатогранники і криві поверхні. | 24 |
| Модуль 2. | |
| Тема 9. Перетин багатогранних поверхонь площиною | 25 |
| Тема 10. Перетин кривих поверхонь площиною | 27 |
| Тема 11. Перетин поверхонь з прямою лінією. | 29 |
| Тема 12. Розгортки поверхонь | 31 |
| Тема 13-14. Взаємний перетин поверхонь | 34 |
| Тема 15. Аксонометричні проєкції, аксонометрія. | 38 |